



BØRNE- OG
UNDERVISNINGSMINISTERIET



Matematik Læseplan

2019

Indhold

1 Om læseplanens funktion	3
---------------------------	---

2 Læseplanens opbygning	4
-------------------------	---

3 Fagets formål og identitet	5
3.1 Fagområdet matematik og matematik som fag i skolen	5

4 Fagets kompetenceområder og kompetencemål	7
4.1 Overblik over kompetenceområderne og sammenhængen mellem dem	7
4.2 Beskrivelse af de enkelte kompetenceområder og mål	8
4.3 Matematiske kompetencer	9
4.4 Tal og algebra	10
4.5 Geometri og måling	10
4.6 Statistik og sandsynlighed	11

5 Udviklingen i indholdet i undervisningen	12
5.1 1. trinforløb, 1.-3. klasses trin	12
5.2 2. trinforløb, 4.-6. klasses trin	19
5.3 3. trinforløb, 7.-9. klasses trin	27

6 Tværgående emner og problemstillinger	35
---	----

7 Tværgående temaer	37
7.1 Sproglig udvikling	37
7.2 It og medier	38
7.3 Innovation og entreprenørskab	39

8 Opmærksomhedspunkter	40
8.1 Opmærksomhedspunkter efter 3. klasses trin	40
8.2 Opmærksomhedspunkter efter 6. klasses trin	41
8.3 Opmærksomhedspunkter på 7.-9. klasses trin	41

9 Ordforklaringer	42
-------------------	----

10 Referencer	43
---------------	----

1 Om læseplanens funktion

Læseplanen beskriver grundlaget for undervisningen i faget. Læseplanen fortolker forholdet mellem skolens formål, lovens centrale bestemmelser om undervisningens tilrettelæggelse og de fagspecifikke bestemmelser i Fælles Mål.

Fagformålet beskriver, hvordan faget bidrager til at opfylde folkeskolens formål, og angiver den overordnede retning for tilrettelæggelsen af undervisning i faget. Fagformålet og de underliggende kompetencemål samt færdigheds- og vidensområder er således den overordnede ramme for lærerens overvejelser om tilrettelæggelse af undervisningen, herunder overvejelser vedrørende valg af undervisningens indhold. Læseplanen udfolder de bindende kompetencemål samt færdigheds- og vidensområderne i Fælles Mål, hvor det faglige indhold konkretiseres.

Læseplanen uddyber kompetencemålene og beskriver det indhold og den progression, der skal knytte sig til kompetencemålene, med henblik på at give en ramme for lærernes valg af indhold. Læseplanen beskriver de bindende færdigheds- og vidensområder, der ligger under fagets kompetencemål på de enkelte trinforløb. Færdigheds- og vidensområderne angiver i overskriftsform afgørende faglige elementer i arbejdet hen imod at indfri kompetencemålene som udgangspunkt for bestræbelsen på at opfylde fagformålet og skal danne udgangspunkt for tilrettelæggelsen af undervisningen.

2 Læseplanens opbygning

Læseplanen for matematik er opbygget, så de enkelte kapitler kan læses uafhængigt af hinanden.

Kapitel 3 beskriver fagets formål og identitet. Kapitlet fokuserer især på, hvordan matematikundervisning kan rette sig mod folkeskolens formål.

Kapitel 4 beskriver fagets kompetenceområder og kompetencemål. Kapitlet fokuserer især på kompetenceområdernes indbyrdes sammenhænge.

Kapitel 5 beskriver undervisningens indhold for hvert trinforløb (1.-3. klassetrin, 4.-6. klassetrin og 7.-9. klassetrin). Beskrivelserne tager udgangspunkt i de kompetencemål, der er knyttet til trinforløbet.

Kapitel 6 beskriver fagets rolle i tværgående emner og problemstillinger.

Kapitel 7 beskriver, hvordan matematik kan bidrage til folkeskolens tværgående temaer.

Kapitel 8 beskriver opmærksomhedspunkterne i matematik.

Sidst i læseplanen findes forklaringer på udvalgte ord.

3 Fagets formål og identitet

Kapitlet indledes med formålet for faget matematik. Det efterfølgende afsnit beskriver matematik som fagområde og som fag i skolen. Afsnittet fokuserer især på, hvordan matematikundervisning kan rette sig mod folkeskolens formål.

Fagets formål

Eleverne skal i faget matematik udvikle matematiske kompetencer og opnå færdigheder og viden, således at de kan begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer i deres aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv.

Stk. 2. Elevernes læring skal baseres på, at de selvstændigt og gennem dialog og samarbejde med andre kan erfare, at matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation.

Stk. 3. Faget matematik skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en historisk, kulturel og samfundsmæssig sammenhæng, og at eleverne kan forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab.

3.1 Fagområdet matematik og matematik som fag i skolen

Fagområdet matematik har en alsidig natur, der påvirker de fleste menneskers liv. For det første er matematik et system af redskaber til brug i hverdagsliv, samfundsliv og arbejdsliv. For det andet er matematik et videnskabsfag, som søger at udvikle ny viden inden for matematikken og at give svar på spørgsmål, der hører til inden for andre fagområder. Matematik er for mange mennesker også et rum for en særlig slags æstetiske oplevelser, der kan vedrøre kreativitet og en oplevelse af indsigt og klarhed.

Som fag i folkeskolen bygger matematik på denne alsidige natur, men i folkeskolen skal fagets forskellige aspekter ses i forhold til det overordnede formål med skolen. Matematik i folkeskolen bygger på fagområdet matematik i det omfang og på en sådan måde, at undervisningen sigter imod folkeskolens formål.

I folkeskolen består fagets indhold på den ene side af fagligt stof, der især vedrører matematik som et system af redskaber. Dette faglige stof er beskrevet under Tal og algebra, Geometri og måling samt Statistik og sandsynlighed. På den anden side består indholdet af seks kompetencer. Disse seks kompetencer er beskrevet under Matematiske kompetencer.

Det er hensigten, at læreren sammentænker matematisk stof og matematiske kompetencer i undervisningen.

Fagformålet for matematik beskriver i stk. 1, *hvad* der er den overordnede hensigt med faget i folkeskolen. Undervisningen skal bidrage til at gøre eleverne i stand til at kunne begå sig hensigtsmæssigt i de matematikrelaterede situationer, de kan møde i deres "aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv" som borgere i et demokratisk samfund (jf. fagformålet stk. 1). Det medfører bl.a., at eleverne skal have mulighed for at opdage, beskrive, fortolke og forklare fænomener i verden ved hjælp af matematik.

Fagformålets stk. 2 beskriver, *hvordan* matematikundervisning skal foregå i folkeskolen. Eleverne skal selvstændigt og gennem dialog have mulighed for at erfare, at matematik "fordrer og fremmer kreativ virksomhed, og at matematik rummer redskaber til problemløsning, argumentation og kommunikation" (jf. fagformålet stk. 2). Eleverne får sådanne muligheder, når de selvstændigt og i samarbejde med andre elever deltager i udviklingen af begreber og metoder og indgår i den type processer, der er beskrevet i kompetenceområdet Matematiske kompetencer. Det tilstræbes i den forbindelse, at undervisningen har en form, der giver hver elev mulighed for at opleve sig selv som en aktiv, undersøgende og ligeværdig deltager i klassens samarbejde om og med matematik.

Fagformålets stk. 3 beskriver, *hvorfor* eleverne skal lære matematik i folkeskolen. Undervisningen skal medvirke til, at eleverne "oplever og erkender matematikkens rolle i en historisk, kulturel og samfundsmæssig sammenhæng", og gøre dem "i stand til at forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab". I folkeskolen får eleverne mulighed for at opleve og erkende matematikkens rolle ved både at arbejde med matematik som et selvstændigt fagområde og ved at anvende matematik i en mangfoldighed af sammenhænge. Eleverne får mulighed for at forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse ved at deltage i udviklingen af matematiske modeller og ved at reflektere over de muligheder og begrænsninger, der kan være ved konkrete modeller.

Set i forhold til de overordnede idéer med folkeskolen, som kommer til udtryk i folkeskolens formål, bidrager matematik både i kraft af indhold og form. Fagets indhold bidrager især ved at give eleverne mulighed for at tage stilling og handle i situationer, der vedrører matematik (jf. folkeskolens formål, stk. 2), og ved at give eleverne grundlag for at forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse i vores samfund (jf. folkeskolens formål, stk. 3). Fagets form bidrager til folkeskolens formål ved at bygge på elevernes aktive deltagelse i et ligeværdigt fællesskab. På den måde forbereder faget også igennem sin form eleverne på "deltagelse, medansvar, rettigheder og pligter i et samfund med frihed og folkestyre" (folkeskolens formål, stk. 3).

4 Fagets kompetenceområder og kompetencemål

I dette kapitel beskrives de fire kompetenceområder i matematik og sammenhængen mellem dem. Desuden beskrives det overordnede indhold i hvert kompetenceområde og den overordnede progression frem mod de tilhørende kompetencemål.

4.1 Overblik over kompetenceområderne og sammenhængen mellem dem

Det faglige indhold i faget matematik er beskrevet i fire kompetenceområder: Matematiske kompetencer, Tal og algebra, Geometri og måling samt Statistik og sandsynlighed. Til hvert af disse kompetenceområder hører et kompetencemål på 3., 6. og 9. klassetrin og mellem tre og seks færdigheds- og vidensområder. Tabel 1 herunder viser de fire kompetenceområder og de tilhørende kompetencemål.

Tabel 1: Oversigt over kompetenceområder og kompetencemål i matematik

Kompetenceområde	Efter 3. klassetrin	Efter 6. klassetrin	Efter 9. klassetrin
Matematiske kompetencer	Eleven kan handle hensigtsmæssigt i situationer med matematik.	Eleven kan handle med overblik i sammensatte situationer med matematik.	Eleven kan handle med dømmekraft i komplekse situationer med matematik.
Tal og algebra	Eleven kan udvikle metoder til beregninger med naturlige tal.	Eleven kan anvende rationale tal og variable i beskrivelser og beregninger.	Eleven kan anvende reelle tal og algebraiske udtryk i matematiske undersøgelser.
Geometri og måling	Eleven kan anvende geometriske begreber og måle.	Eleven kan anvende geometriske metoder og beregne enkle mål.	Eleven kan forklare geometriske sammenhænge og beregne mål.
Statistik og sandsynlighed	Eleven kan udføre enkle statistiske undersøgelser og udtrykke intuitive chancestørrelser.	Eleven kan udføre egne statistiske undersøgelser og bestemme statistiske sandsynligheder.	Eleven kan vurdere statistiske undersøgelser og anvende sandsynlighed.

Kompetenceområdet Matematiske kompetencer vedrører elevernes handlinger i bestemte typer situationer (se det følgende afsnit). De øvrige kompetenceområder vedrører især matematisk stof, dvs. begreber og metoder som er knyttet til matematik. Inden for faget matematik er der tradition for at omtale disse tre kompetenceområder (Tal og algebra, Geometri og måling samt Statistik og sandsynlighed) som stofområder.

Det er hensigten, at matematikundervisningen finder sted i et samspil mellem Matematiske kompetencer og stofområderne, sådan som figur 1 illustrerer. Set i forhold til tabel 1, er tanken altså, at de matematiske kompetencer udgør én dimension i faget, og at de matematiske stofområder udgør en anden dimension. De to dimensioner sammentænkes i undervisningen. Eleverne udvikler matematisk kompetence igennem deres arbejde med matematisk stof, og de udvikler deres indsigt i og kunnen med matematisk stof igennem de typer af handlinger, som de matematiske kompetencer beskriver.

Figur 1: Sammenhængen mellem de matematiske kompetencer og stofområder

Stofområder \ Matematiske kompetencer	Problem-behandling	Modellering	Ræsonnement og tankegang	Repræsentation og symbolbehandling	Kommunikation	Hjælpemidler
Tal og algebra						
Geometri og måling						
Statistik og sandsynlighed						

I et konkret undervisningsforløb vil det ofte være naturligt at fokusere samtidigt på både færdigheds- og vidensområder inden for Matematiske kompetencer og inden for et eller flere stofområder. Fx kan en lærer på de yngste klassetrin vælge i et undervisningsforløb at fokusere samtidigt på sine elevers udvikling af metoder til addition og på, at eleverne bliver gode til at anvende og koble forskellige repræsentationer af tallene.

Det er også muligt, at enten en matematisk kompetence eller noget matematisk stof træder i forgrunden i et konkret undervisningsforløb. Fx kan et undervisningsforløb på mellemtrinnet være fokuseret på elevernes udvikling af matematisk modelleringskompetence og lægge mindre vægt på elevernes udvikling af konkrete begreber eller metoder. Hensigten er, at de matematiske kompetencer og stofområder sammentænkes på en sådan måde, at eleverne på sigt får mulighed for at udvikle de færdigheder, den viden og de kompetencer, der er beskrevet i kompetencemålene og i færdigheds- og vidensområderne.

Det vil ofte være muligt at berøre mange forskellige matematiske kompetencer og stofområder i et undervisningsforløb, men hensigten er, at undervisningen fokuseres på et eller få udvalgte færdigheds- og vidensområder fra de matematiske kompetencer og/eller stofområder. Over tid varieres fokus, så eleverne får mulighed for at opfylde kompetencemålene.

4.2 Beskrivelse af de enkelte kompetenceområder og mål

I de følgende afsnit beskrives det overordnede indhold og den overordnede progression inden for de matematiske kompetencer og stofområderne i faget. Desuden beskrives områdernes sammenhæng med de tilhørende kompetencemål.

I teksten er færdigheds- og vidensområderne beskrevet som adskilte dele. Det er dog ikke hensigten, at læreren skal undervise i hvert område for sig. I undervisningen er det tværtimod hensigtsmæssigt, hvis eleverne oplever sammenhænge mellem de forskellige færdigheds- og vidensområder både inden for de enkelte stofområder og matematiske kompe-

tencer og på tværs af stofområderne og de matematiske kompetencer. Eleverne bør få mulighed for at se sammenhænge på tværs af fagområderne og relationer mellem fagets begreber og metoder.

Undervisningens overordnede progression inden for de matematiske kompetencer er beskrevet som en gradvis udvidelse af kompleksiteten i de situationer, som eleverne forventes at kunne handle i. I stofområderne er progressionen beskrevet som bevægelser fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle.

Det er vigtigt at bemærke, at mens progressionen inden for de matematiske kompetencer kan ses igennem hele skoleforløbet, så er progressionen inden for stofområderne knyttet til de enkelte begreber og metoder, som eleverne arbejder med. Man kan derfor godt forestille sig elever på de yngste klassetrin, der i løbet af et forløb, om fx udvikling af metoder til at beregne areal, bevæger sig fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle. På tilsvarende vis kan man forestille sig elever på de ældste klassetrin, der i løbet af et forløb, om fx udvikling af metoder til at løse ligninger, bevæger sig fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle.

Det er også vigtigt at bemærke, at progressionen foregår med udgangspunkt i elevernes kunnen, og at der derfor ikke er tale om en lineær og ensartet proces for eleverne. Læseplanen sætter altså retningen for progressionen i faget, men retningen skal ikke forstås som entydig, og læseplanen sætter ikke tempoet for progressionen hos den enkelte elev.

4.3 Matematiske kompetencer

Kompetenceområdet Matematiske kompetencer beskriver den del af fagets indhold, der vedrører matematiske handlinger i bestemte typer situationer. Beskrivelsen bygger på en forståelse af kompetencebegrebet, der er særegen for faget matematik, og som har sit udspring i Undervisningsministeriets rapport *Kompetencer og matematiklæring* (Niss og Jensen, 2002). I denne forståelse betragtes en person som matematisk kompetent, hvis han eller hun kan handle hensigtsmæssigt i situationer, der vedrører matematik. Det matematiske kompetencebegreb har altså "matematikholdige situationer og handlinger" som omdrejningspunkter. Bemærk, at det kompetencebegreb, der bruges på tværs af fagene i Fælles Mål, har brug af færdigheder og viden som omdrejningspunkt. På den måde adskiller de to kompetencebegreber sig fra hinanden.

Kompetenceområdet har seks færdigheds- og vidensområder, som beskriver forskellige aspekter af matematisk kompetence: Problembehandling, Modellering, Ræsonnement og tankegang, Repræsentation og symbolbehandling, Kommunikation og Hjælpemiddel. Hvert færdigheds- og vidensområde omtales som en "matematisk kompetence", og de er nærmere beskrevet i kapitel 5.

Eleverne arbejder med alle de matematiske kompetencer igennem hele skoleforløbet ved at engagere sig i den type situationer, de vedrører. I begyndelsen af skoleforløbet er det nære, velkendte og enkle situationer, som eleverne forventes at kunne handle i, og det er begrænset, hvilke matematiske begreber og metoder, som elevernes forventes at kunne handle med. Elever på de yngste klassetrin kan fx arbejde med modellering ved at udvikle hensigtsmæssige måder at tælle på i forskellige situationer i klassen eller på skolen og vise deres resultater i tabeller. Igennem skoleforløbet udvides de situationer, som eleverne forventes at kunne handle i, til gradvist at omfatte situationer, der er mindre velkendte og mere komplekse. Samtidig øges forventningerne til de begreber og metoder, som eleverne handler med, og til den grad af indsigt i matematik som fagområde, som eleverne forventes at udvikle. Elever på de ældste klassetrin kan fx arbejde med modellering ved at undersøge, hvilken form emballagen til en liter mælk skulle have for at mindske materialeforbruget mest muligt.

Kompetencemålene i Matematiske kompetencer beskriver progression i den type situationer, som eleverne forventes at kunne handle i, ved at udvide "situationer" efter 3. klassetrin til "komplekse situationer" efter 9. klassetrin. Kompetencemålene beskriver desuden de øgede forventninger til elevernes indsigt i matematik som fagområde med bevægelsen fra at "handle hensigtsmæssigt" efter 3. klassetrin til at "handle med overblik" efter 6. klassetrin og "handle med dømmekraft" efter 9. klassetrin. Igennem hele skoleforløbet er det relevant, at eleverne i så høj grad som muligt søger at handle hensigtsmæssigt, med overblik og dømmekraft, i matematikholdige situationer. Undervisningen skal med andre ord igennem hele skoleforløbet sigte på, at eleverne i så høj grad som muligt udvikler indsigt i matematik. Kompetencemålene signalerer, at forventningerne til den indsigt, eleverne opnår, er stigende igennem trinforløbet.

4.4 Tal og algebra

Tal og algebra omhandler den del af fagets indhold, der vedrører talforståelse, regnestrategier og algebra. Stofområdet består i de to første trinforløb (1.-3. klassetrin og 4.-6. klassetrin) af tre færdigheds- og vidensområder: Tal, Regnestrategier og Algebra. I det sidste trinforløb (7.-9. klassetrin) fylder algebra en større del af stofområdet end i de to første trinforløb, og det kommer til udtryk i en opdeling i tre færdigheds- og vidensområder: Ligninger, Formler og algebraiske udtryk og Funktioner.

Igennem skoleforløbet udvides talområdet, eleverne arbejder med, fra de naturlige tal til de rationale tal og senere til de reelle tal, som det fremgår af kompetencemålene. Undervisningen skaber mulighed for, at eleverne gradvist udvider og nuancerer deres begrebsforståelser og metoder fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle. Elever i indskoling kan fx bevæge sig fra at addere to naturlige tal i en konkret kontekst og med støtte i materialer mod at udvikle metoder til addition, som gælder generelt, og som de kan anvende med støtte i skriftlige notater. Elever på de ældste klassetrin kan på tilsvarende vis bevæge sig fra at løse ligninger i konkrete kontekster og med støtte i materialer mod at udvikle metoder til ligningsløsning, som gælder generelt, og som de kan anvende med støtte i skriftlige notater. I kompetencemålene er udvidelsen i talområdet beskrevet med bevægelsen fra i begyndelsen af skoleforløbet at "udvikle metoder til beregninger" til senere at "anvende [...] variable" og "algebraiske udtryk".

4.5 Geometri og måling

Geometri og måling omhandler den del af fagets indhold, der vedrører matematiske beskrivelser af objekter og deres placeringer samt målinger og beregninger af tid, længde, areal, vægt, rumfang og egenskaber, der kan afledes heraf. Stofområdet består igennem hele skoleforløbet af fire færdigheds- og vidensområder: Geometriske egenskaber, Geometriske tegninger, Placeringer og flytninger samt Måling.

Igennem skoleforløbet skal eleverne have mulighed for at udvide og nuancere de begreber og metoder, de bruger i beskrivelser af objekter og deres placeringer, og til målinger og beregninger af mål. Fx kan elever i begyndelsen af skoleforløbet bevæge sig fra at måle længder af fysiske objekter med selvvalgte, konkrete enheder mod at måle længder med standardiserede enheder ved hjælp af måleredskaber. Elever på de ældste klassetrin kan på tilsvarende vis udvide og nuancere de begreber og metoder, de bruger. Fx kan de bevæge sig fra at finde frem til højden af et træ ved at måle og tegne sig frem mod at beregne højden af et træ ved at måle og beregne sig frem. I kompetencemålene er udvidelsen og nuanceringen i de begreber og metoder, eleverne bruger, beskrevet med bevægelsen fra i begyndelsen af skoleforløbet at "anvende geometriske metoder og at måle" til senere at "forklare geometriske sammenhænge og beregne mål". Igennem hele skoleforløbet er

det relevant, at eleverne får mulighed for at forklare de metoder og begreber, de bruger, og argumentere for de løsninger, de finder. Kompetencemålene signalerer, at forventningerne til den indsigt, eleverne opnår, er stigende igennem forløbet.

4.6 Statistik og sandsynlighed

Statistik og sandsynlighed omhandler den del af fagets indhold, der vedrører indsamling, ordning, præsentation, analyse og vurdering af data samt beskrivelse og vurdering af chance og usikkerhed. Igennem hele skoleforløbet består stofområdet af to færdigheds- og vidensområder: Statistik og sandsynlighed.

Igennem skoleforløbet skal eleverne have mulighed for at udvide og nuancere de begreber og metoder, de bruger i behandling af data og i beskrivelse og vurdering af chance og usikkerhed. Desuden skal undervisningen skabe mulighed for, at eleverne gradvist udvider og nuancerer deres begrebsforståelser og metoder fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle.

I begyndelsen af skoleforløbet kan elevernes vurdering af chancestørrelser fx bevæge sig fra at basere sig på deres erfaringer med en hændelse mod at basere sig på data fra mange gentagelser af hændelsen. Senere i skoleforløbet kan elevers vurdering af chancestørrelse udvide sig fra at være baseret alene på statistik og til også at kunne basere sig på teoretisk sandsynlighed, dvs. på opstilling af udfaldsrum, hvor hvert udfald har samme sandsynlighed, og på en beregning af forholdet mellem gunstige udfald og mulige udfald.

Kompetencemålene indikerer denne progression med ordene "intuitive chancestørrelser" efter 3. klassesetrin, "statistisk sandsynlighed" efter 6. klassesetrin og "anvende sandsynlighed" efter 9. klassesetrin. Igennem hele skoleforløbet skal eleverne have mulighed for at arbejde med egne og andres statistiske undersøgelser, og i hele skoleforløbet er det relevant, at eleverne får mulighed for at forholde sig vurderende til disse undersøgelser. Kompetencemålene signalerer en stigende forventning til elevers vurdering af statistiske undersøgelser, fx med bevægelsen fra at "udføre enkle statistiske undersøgelser" efter 3. klassesetrin til at "udføre egne statistiske undersøgelser" efter 6. klassesetrin og slutteligt "vurdere statistiske undersøgelser" efter 9. klassesetrin.

5 Udviklingen i indholdet i undervisningen

I dette kapitel beskrives undervisningens indhold for hvert trinforløb (1.-3. klassetrin, 4.-6. klassetrin og 7.-9. klassetrin). Beskrivelsen tager udgangspunkt i de kompetencemål, der er knyttet til trinforløbet. Derefter beskrives indholdet og progressionen i hvert færdigheds- og vidensområde, og endelig beskrives for hvert kompetenceområde arbejdet hen imod kompetencemålet.

5.1 1. trinforløb, 1.-3. klassetrin

Matematiske kompetencer

Kompetencemål:

Eleverne kan handle hensigtsmæssigt i situationer med matematik.

Målet er, at eleverne bliver i stand til at handle med matematiske begreber og metoder i situationer, hvor de giver mening. For elever på de yngste klassetrin er der først og fremmest tale om nære og kendte situationer. Fx kan elever i 1. eller 2. klasse bringe målingsbegrebet og uformelle metoder til at måle areal i spil ved at undersøge, om deres nye klasselokale er større end deres tidligere klasselokale.

Kompetencemålet skal ses i sammenhæng med stofområderne, der beskriver de centrale begreber og metoder, som eleverne skal kunne handle hensigtsmæssigt med. Kompetencemålet rækker dog også ud over elevernes anvendelse af begreber og metoder. Først og fremmest kræver kompetencemålet, at eleverne udvikler blik for, hvornår det kan være hensigtsmæssigt at bringe forskellige begreber og metoder i spil, og at den enkelte elev udvikler den tillid til sig selv og sin kunnen, som det kræver at kunne handle i situationer, hvor det ikke lige er oplagt, hvordan der kan handles.

Problembehandling

Problembehandling vedrører opstilling og løsning af matematiske problemer, dvs. matematiske spørgsmål, der ikke kan besvares udelukkende med rutinemetoder.

At løse et matematisk problem kræver en matematisk undersøgelse.

I 1. trinforløb lægges der vægt på, at eleverne opnår erfaringer med at deltage i matematiske undersøgelser. I disse undersøgelser får eleverne mulighed for at anvende konkrete materialer og andre uformelle repræsentationer, herunder deres egne skitser og noter. Set over hele trinforløbet kan problemerne inddrage alle tre stofområder.

Elevernes arbejde med matematiske problemer foregår i et samspil med læreren og andre elever, hvor omdrejningspunktet er de forskellige elevers idéer og opdagelser i arbejdet med problemerne. Igennem trinforløbet udvikler eleverne strategier til problemløsning. Disse strategier kan bl.a. involvere elevernes egne skitser og konkrete materialer og omfatte at gætte og prøve efter.

Modellering

Modellering vedrører processer, hvor matematik anvendes til behandling af situationer og problemer fra omverdenen, og det vedrører analyse og vurdering af matematiske modeller, som beskriver forhold i omverdenen.

I 1. trinforløb lægger undervisningen vægt på elevernes anvendelse af matematik til undersøgelse og behandling af enkle hverdagssituationer. I arbejdet med disse hverdagssituationer foretager eleverne oversættelser til matematikken. Undervisningen kan inddrage elementer fra alle tre stofområder.

Igennem trinforløbet giver undervisningen i stigende grad eleverne mulighed for at tolke resultaterne af deres matematiske arbejde i forhold til den hverdagssituation, som matematikken belyser. Undervisningen kan bl.a. give eleverne mulighed for at vurdere, om resultatet af en beregning ser ud til at kunne passe med den omverden, beregningen vedrører.

Ræsonnement og tankegang

Ræsonnement og tankegang vedrører matematisk argumentation og karakteristika ved matematisk tankegang.

I 1. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne stiller og besvarer spørgsmål, som er karakteristiske for matematik, og at de bliver i stand til at forklare deres tankegang. Eleverne får mulighed for at udvikle deres kompetence i ræsonnement og tankegang igennem samtaler i klassen. Sådanne samtaler kræver et fagligt og socialt miljø, hvor eleverne føler sig trygge til at tale, spørge og prøve sig frem.

Igennem trinforløbet omfatter dialogen i stigende grad elevernes forklaringer på egne tankegange, opdagelser og resultater i arbejdet med matematik. I disse forklaringer får eleverne mulighed for at anvende uformelt sprog. Læreren understøtter, at forklaringerne indeholder en begrundelse og ikke udelukkende er beskrivelser af fremgangsmåder.

Repræsentation og symbolbehandling

Repræsentation og symbolbehandling vedrører anvendelse og forståelse af repræsentationer i matematik, herunder matematisk symbolsprog.

I 1. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne bliver i stand til at anvende forskellige konkrete, visuelle og symbolske repræsentationer, herunder interaktive repræsentationer, fx i form af apps og andre digitale læremidler. Repræsentationerne understøtter både elevernes matematiske undersøgelser og deres udvikling af faglige begreber og metoder.

I begyndelsen af trinforløbet lægges vægten på elevernes anvendelse og forståelse af konkrete repræsentationer. Gradvist suppleres de konkrete repræsentationer med de visuelle og symbolske repræsentationer, som læreren bringer ind i undervisningen, og med elevernes egne uformelle repræsentationer i form af illustrationer, skitser og noter.

I forbindelse med de matematiske symboler lægger undervisningen vægt på tal og regnetegn. Det er centralt, at eleverne igennem undervisningen får mulighed for at se sammenhænge mellem matematiske symboler og konkrete og visuelle repræsentationer.

Kommunikation

Kommunikation vedrører det at udtrykke sig med og om matematik og at sætte sig ind i og fortolke andres udtryk med og om matematik.

I 1. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne bliver i stand til at kommunikere mundtligt og visuelt med og om matematik, herunder med brug af digitale værktøjer. Eleverne kan fx lave videooptagelser af deres matematiske forklaringer. Undervisningen kan rette sig mod kompetencemålet ved at give eleverne mulighed for at vise, lytte, spørge ind til, kommentere og diskutere i matematikundervisningen.

Senere i trinforløbet indgår også elevernes skriftlige kommunikation. Denne skriftlige kommunikation består hovedsageligt af uformelle noter og illustrationer, der først og fremmest understøtter elevernes tænkning i arbejdet med matematik, men som også bidrager til at fastholde tanker, idéer og metoder.

Sidst i trinforløbet indgår enkle fagord og begreber i elevernes mundtlige og skriftlige kommunikation.

Hjælpe midler

Færdigheds- og vidensområdet hjælpe midler vedrører kendskab til, anvendelse og valg af relevante hjælpe midler i matematik.

I 1. trinforløb lægger undervisningen vægt på konkrete materialer. Fra begyndelsen af trinforløbet udbygger eleverne deres kendskab til hjælpe midler, som kan indgå i matematiske undersøgelser, tegninger og beregninger. Eleverne udvikler færdigheder i brugen af hjælpe midlerne og viden om, hvilke hjælpe midler der med fordel kan anvendes i bestemte situationer.

De digitale værktøjer, som fx lommeregner, regneark, apps og dynamiske geometriprogrammer, er således en naturlig del af undervisningen, og elevernes kendskab til anvendelse videreudvikles gennem trinforløbet.

Progressionen mod kompetencemålet

Generelt foregår undervisningen inden for de matematiske kompetencer i en progression fra det velkendte og overskuelige mod det mindre velkendte og mere komplekse.

Det betyder, at de situationer, som eleverne forventes at kunne handle i først i trinforløbet, oftest er forbundet med klassens og elevernes eget hverdagsliv. Igennem trinforløbet udvides situationerne til også at omfatte skolen, nærområdet og andres hverdagsliv.

Tal og algebra

Kompetencemål:

Eleverne kan udvikle metoder til beregninger med naturlige tal (Tal og algebra).

Målet er, at eleverne kan deltage aktivt i udvikling af metoder til hovedregning, overslagsregning, regning med skriftlige notater og beregninger med digitale værktøjer. Eleverne skal med andre ord have mulighed for at udvikle regnemetoder, der bygger på deres talforståelse og på deres forståelse af regningsarternes egenskaber. Målet er således ikke kun, at eleverne har viden om eller færdigheder i at gennemføre beregninger, men også at de, på baggrund af forståelse, kan udvikle hensigtsmæssige metoder til beregninger.

Kompetenceområdet har tre færdigheds- og vidensområder, der for eleverne bør fremtræde som et samlet hele. Når eleverne under Regnestrategier udvikler metoder til beregninger, bygger de på den talforståelse, som er beskrevet under Tal, og på de generelle egenskaber for regning med tal, som er beskrevet under Algebra.

Tal

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 1. trinforløb på elevernes talforståelse.

I begyndelsen af trinforløbet udbygger eleverne deres færdigheder i og viden om angivelse af antal, tallenes rækkefølge, tallenes navne og om talsymboler. Det kan bl.a. ske gennem aktiviteter, hvori der indgår tælleremser, forfra og bagfra, ordning af tal, opdelinger af tal, antalsbestemmelse ved optælling, talskrivning og genkendelse af naturlige tal. I arbejdet relateres der løbende til anvendelsen af tal i hverdagsammenhænge.

I trinforløbet fokuserer undervisningen på elevernes forståelse af de naturlige tals opbygning. I dette arbejde indgår konkrete og visuelle repræsentationer. Enere, tiere og hundreder repræsenteres på en sådan måde, at elevernes forståelse af positionernes betydning for cifrenes værdier understøttes. I undervisningen indgår fx.:

- Identificere, opbygge og opdele flercifrede tal i enere, tiere og hundreder
- Afrunde tal til nærmeste tier og hundrede
- Placere tal på en tallinje.

Igennem hele trinforløbet ligger fokus på de naturlige tal, men sidst i trinforløbet kan enkle stambrøker og decimaltal, der anvendes i hverdagsammenhænge (fx $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; 0,5), indgå i det omfang, det er meningsfuldt for den enkelte elev.

Regnestrategier

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer på elevernes forståelse af regningsarterne og tilhørende regnestrategier.

Udgangspunktet for elevernes arbejde med regningsarterne er de regnestrategier, de anvender i arbejdet med matematiske problemer, herunder problemer fra omverdenen. I elevernes arbejde med disse problemer indgår et alsidigt udvalg af repræsentationer, herunder:

- Tællemateriale
- Repræsentationer af enere, tiere og hundreder
- Tallinje
- Tabeller
- Hverdagsfortællinger.

Det er centralt, at læreren udfordrer og støtter de enkelte elever på en måde, så eleverne udvikler deres regnestrategier på baggrund af deres talforståelse frem for at lære procedurer for opstilling og udregning. Der sigtes ikke mod opøvelsen af standardiserede algoritmer. I trinforløbet arbejder eleverne med hensigtsmæssige strategier til beregning, herunder strategier til:

- Hovedregning
- Overslagsregning
- Regning med skriftlige notater
- Beregninger med digitale værktøjer.

Digitale værktøjer, herunder lommeregner og regneark, indgår både som redskab til beregninger og som middel i elevernes fortsatte udvikling af talforståelse.

I hele forløbet kan der arbejdes med udgangspunkt i hverdagskontekster, hvor alle fire regningsarter anvendes. I begyndelsen af trinforløbet lægger undervisningen vægt på regningsarterne addition og subtraktion. Der kan også indgå matematiske problemer, som forbereder eleverne på det senere arbejde med multiplikation og division, herunder gentagen addition, fordobling, halvering og deling. Undervisningen sigter bl.a. på at give eleverne mulighed for at udvikle indsigt i sammenhængen mellem addition og subtraktion og i forskellige typer af situationer, der kan knyttes til disse regningsarter, herunder situationer vedrørende sammenlægning, ændring og sammenligning af mængder.

Sidst i trinforløbet kan elevernes arbejde udvides med udvikling af metoder til også at omfatte enkle beregninger med multiplikation og division. I forbindelse med denne udvidelse indgår fortsat konkrete og visuelle repræsentationer, regningsarternes hverdags-sproglige betydninger og deres indbyrdes relationer.

Algebra

I 1. trinforløb har undervisningen fokus på tal- og figurmønstre samt på generelle regneregler for og egenskaber ved de naturlige tal.

Elevernes tidlige algebraiske tænkning udvikles bl.a. igennem samtaler om deres arbejde med matematiske problemer. Undervisningen kan sigte mod at give eleverne mulighed for at undersøge tal- og figurmønstre, opdage regneregler for regningsarterne og egenskaber ved de naturlige tal. Fx kan eleverne opdage, at tallenes rækkefølge ikke har betydning i addition og multiplikation, og at summen af to ulige tal altid er et lige tal. Sidst i trinforløbet kan undervisningen også sigte mod elevernes opdagelser af generelle sammenhænge mellem størrelser, fx sammenhængen mellem antal købte is og samlet pris.

I begyndelsen af trinforløbet udtrykker eleverne deres opdagelser af regneregler og sammenhænge i hverdagsprog. Senere i forløbet forventes det, at eleverne kan inddrage flere sprogformer, herunder symbolsprog.

Progressionen mod kompetencemålet

Elevernes udvikling af begreber og metoder inden for stofområdet foregår generelt i en progression fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle. Det betyder i 1. trinforløb, at når nye begreber introduceres, fx plus, minus, gange og division, skal eleverne have mulighed for at forbinde begreberne med egne erfaringer og kontekster, de kan tænke igennem, og de skal have mulighed for at støtte deres udvikling af metoder (fx metoder til at addere) med konkrete materialer (fx centicubes og legepenge). Senere i forløbet kan begreberne og udviklingen af metoder, i det omfang den enkelte elev er parat til det, løsrives fra konkrete kontekster og konkrete materialer. Progressionen kan fx føre til, at eleverne arbejder med gangestykker, der er repræsenteret i symbolsprog, og med støtte i egne tegninger i stedet for konkrete materialer.

Geometri og måling

Kompetencemål:

Eleverne kan anvende geometriske begreber og måle.

Målet er, at eleverne igennem trinforløbet gradvist bliver i stand til at beskrive to- og tredimensionelle objekter med geometriske fagord (fx hjørne, side, længde, areal og symmetri), og at de i løbet af trinforløbet udvikler forståelse for måling (af tid, længde, areal og vægt).

Kompetenceområdet har fire færdigheds- og vidensområder, hvoraf de tre vedrører geometri, og det fjerde vedrører måling. I undervisningen bør de færdigheds- og vidensområder, der vedrører geometri, fremtræde som et samlet hele, og eleverne bør, i det omfang det giver mening, have mulighed for at se sammenhænge mellem geometri og måling.

Geometriske egenskaber og sammenhænge

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 1. trinforløb på begreber og undersøgelser knyttet til geometriske figurer.

I begyndelsen af trinforløbet giver undervisningen eleverne mulighed for at undersøge, identificere, beskrive, sammenligne og kategorisere figurer i form af klodser, brikker og illustrationer efter egenskaber, de selv bemærker ved figurerne, fx farve, materiale, antal sider og størrelse. Gradvist kan elevernes opmærksomhed rettes mod plane figurers geometriske egenskaber, således at identifikation, beskrivelse og kategorisering bygger på bl.a. form, størrelse, sider og hjørner.

Sidst i trinforløbet arbejder eleverne med enkle rumlige figurer som kan undersøges, identificeres, beskrives, sammenlignes, kategoriseres og relateres til plane figurer, bl.a. gennem deres arbejde med opbygning og udfoldning af kasser samt undersøgelse af, hvilke plane figurer der kan genfindes i forskellige rumlige figurer.

Igennem hele trinforløbet arbejder eleverne undersøgende med geometrien og med at anvende deres geometriske sprog og viden om figurers egenskaber. Arbejdet kan bl.a. omfatte:

- Undersøgelse og beskrivelse af polygoner
- Undersøgelse og beskrivelse af billeder og mønstre
- Beskrivelse af ligheder og forskelle mellem figurer.

Geometriske tegninger

Færdigheds- og vidensområdet i 1. trinforløb fokuserer på tegninger og byggerier af to- og tredimensionelle objekter i omverdenen.

Igennem hele trinforløbet arbejder eleverne med at fremstille og beskrive egne tegninger og byggerier med konkrete materialer af to- og tredimensionelle objekter i omverdenen. I begyndelsen kan dette foregå arbejde på intuitivt grundlag, hvor eleverne skitserer det, de ser og oplever. Igennem trinforløbet udvikler eleverne mere præcise tegnetudier. Der inddrages forskellige redskaber, bl.a.:

- Tegneredskaber til tegning på papir
- Et dynamisk geometriprogram.

Eleverne arbejder med fremstilling og anvendelse af tegninger med forskellige formål, fx mønstre, enkle korttegninger og byggevejledninger. Elevernes arbejde med tegning kan suppleres med aktiviteter, hvor de folder, klipper og former geometriske figurer. Sidst i trinforløbet arbejder eleverne også med at gengive træk fra omverdenen ved at bygge og tegne rumlige figurer, fx med brikker, pap eller træpinde.

Placeringer og flytninger

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 1. trinforløb på spejlingssymmetri og beskrivelse af relative placeringer.

I trinforløbet indgår elevernes beskrivelser af objekters placeringer i forhold til hinanden i sammenhænge, hvor det er meningsfuldt. Beskrivelserne inddrager forholdsord som over, under, ved siden af, på, foran, bagved, indenfor, udenfor, mellem og langs. I arbejdet indgår også elevernes angivelse af retninger, bl.a. med ordene venstre, højre, op og ned.

Igennem trinforløbet kan eleverne fremstille, undersøge og beskrive figurer, mønstre og design med spejlingssymmetri. I dette arbejde kan både byggerier med konkrete materialer og tegninger med og uden digitale værktøjer indgå. Der kan bl.a. undersøges symmetrier i omverdenen, herunder i naturen, i bygninger og i kunstværker.

Måling

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 1. trinforløb på metoder til måling af længde, tid og vægt.

I trinforløbet sammenligner eleverne længder, tid og vægt. I dette arbejde indgår sprogbrug som kortere/længere, højere/lavere, hurtigere/langsommere, tidligere/senere, lettere/tungere.

Arbejdet med tid omfatter både at anslå og måle tid, aflæse og angive klokkeslæt samt anvende datoer og kalendere. Målinger inden for længde og vægt indledes med ikke-standardiserede enheder, som fx skolængder og blyantslængder, og udvides efterhånden til også at omfatte standardiserede enheder, herunder meter, kilometer, centimeter, millimeter, gram og kilogram. I arbejdet kan såvel analoge som digitale måleinstrumenter indgå.

Igennem trinforløbet arbejder eleverne med at anslå, sammenligne, måle og beskrive omkreds og areal. Der arbejdes i en progression fra anvendelse af ikke-standardiserede enheder som fx avissider, brikker og kvadratnet til anvendelse af standardiserede enheder, herunder kvadratcentimeter og kvadratmeter.

Progressionen mod kompetencemålet

Elevernes udvikling af begreber og metoder inden for stofområdet foregår generelt i en progression fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle. Det betyder i 1. trinforløb, at nye begreber kan introduceres (fx sider, hjørner, længde og areal) på en måde, så eleverne får mulighed for at forbinde begreberne med egne erfaringer og kontekster. For at støtte elevens udvikling af metoder (fx metoder til at måle) anvendes konkrete materialer (fx ikke-standardiserede måleenheder som fodlængder og avissider). Senere i forløbet kan begreberne og udviklingen af metoder, i det omfang den enkelte elev er parat til det, løsrives fra konkrete kontekster og konkrete materialer, fx sådan, at eleverne arbejder med målinger af længder, der er repræsenteret som linjestykker, og med anvendelse af lineal og standardiserede enheder i stedet for konkrete materialer og ikke-standardiserede enheder.

Statistik og sandsynlighed

Kompetencemål:

Eleverne kan udføre enkle statistiske undersøgelser og udtrykke intuitive chancetørrelser.

Hensigten er, at eleverne igennem 1. trinforløb bliver i stand til at indsamle, ordne, præsentere og diskutere betydningen af data, der vedrører omverdenen, fx data om fritidsinteresser i klassen. Målet er også, at de på baggrund af egne erfaringer med chancetørrelser kan udtrykke, vurdere og begrunde chancetørrelser med deres egne ord, fx sammenligne chancetørrelser i forskellige lodtrækninger. I hvilke(n) lodtrækning(er) er der mindst chance? Størst chance? Lige stor chance? Hvorfor?

Kompetenceområdet har to færdigheds- og vidensområder, der for eleverne bør fremtræde som et sammenhængende hele.

Statistik

Færdigheds- og vidensområdet i 1. trinforløb fokuserer på elevernes udførelse af enkle statistiske undersøgelser.

I undervisningen indgår indsamling, ordning, beskrivelse og tolkning af data, der vedrører eleverne selv og deres nærmeste omgivelser.

- Indsamling af data består i 1 trinforløb først og fremmest af optællinger i nærområdet.
- Ordning af data omfatter inddeling af data i kategorier og opstilling af data i rækkefølge efter værdi.
- Beskrivelse af data omfatter brug af forskellige repræsentationer, herunder tabeller og enkle grafiske fremstillinger, fx simple stolpediagrammer.
- Tolkning af data foregår især gennem samtaler, der sigter på, at eleverne gradvist udvikler sprog, der kan bruges til sammenligning af datasæt. Heri indgår fx ord som flest, færrest, mindst, størst.

I begyndelsen af trinforløbet lægges vægten på data, som kan inddeles i kategorier, fx kæledyr eller fritidsinteresser. I løbet af trinforløbet udvides fokus til også at omfatte tal som data, fx antal søskende eller antal biografter.

Sandsynlighed

Færdigheds- og vidensområdet i 1. trinforløb fokuserer på elevernes arbejde med intuitive chancestørrelser.

I begyndelsen af trinforløbet sigter undervisningen i sandsynlighed især på at give eleverne erfaringer med tilfældighed og chance i hverdagsituationer og spil samt på at udvikle elevernes forståelse for ord, der er knyttet til tilfældighed og chance. Igennem trinforløbet giver undervisningen eleverne mulighed for, på baggrund af erfaringer, at beskrive chancestørrelser i hverdagsituationer og spil med ord som fx muligt, umuligt, lille/stor chance, størst/mindst chance og lige stor chance.

Eleverne udfører og beskriver desuden eksperimenter, der kan belyse chancestørrelser. Eleverne kan fx undersøge, om et chancespil er fair, ved at gennemføre spillet mange gange og se, om hver spiller vinder cirka lige mange gange. Igennem trinforløbet gives eleverne mulighed for at forudsige og efterprøve, hvor mange tilfælde af et bestemt udfald der vil forekomme i et antal forsøg. Eleverne kan fx prøve at forudsige, hvor mange seksere der vil forekomme i 30 kast med en terning.

I forbindelse med elevernes forudsigelser er det centralt, at de overvejer, hvilke mulige udfald der kan forekomme i et bestemt eksperiment.

Progressionen mod kompetencemålet

Elevernes udvikling af begreber og metoder inden for stofområdet foregår generelt i en progression fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle. Det betyder i 1. trinforløb, at nye begreber, fx data, tilfældighed og lige sandsynligt, introduceres på en måde, så eleverne kan få mulighed for at forbinde begreberne med egne erfaringer og kendte kontekster. For at støtte elevens udvikling af metoder (fx metoder til at ordne data) anvendes konkrete materialer, fx sortering af figurer lavet af pap i kategorier, eleverne selv bestemmer. Senere i forløbet kan begreberne og udviklingen af metoder, i det omfang den enkelte elev er parat til det, løsrives fra konkrete kontekster og konkrete materialer, fx sådan, at eleverne arbejder med data, de ikke selv har indsamlet, og at de ordner disse data og præsenterer dem ved hjælp af et diagram.

5.2 2. trinforløb, 4.-6. klassetrin

Matematiske kompetencer

Kompetencemål:

Eleverne kan handle med overblik i sammensatte situationer med matematik.

Målet er, at eleverne bliver i stand til at handle med matematiske begreber og metoder i situationer, hvor de giver mening. For elever på 2. trinforløb er der både tale om nære og kendte situationer (fx vedrørende hverdagsliv) og om situationer, der er nye og ukendte (fx vedrørende naturforhold).

Kompetencemålet skal ses i sammenhæng med stofområderne, der beskriver centrale begreber og metoder, som eleverne skal kunne handle hensigtsmæssigt med. Kompetencemålet rækker dog også ud over elevernes anvendelse af begreber og metoder. Først og fremmest kræver kompetencemålet, at eleverne udvikler blik for, hvornår det kan være hensigtsmæssigt at anvende forskellige begreber og metoder, og at den enkelte elev udvikler den tillid til sig selv og sin kunnen, som det kræver at kunne handle i situationer, hvor det ikke lige er oplagt, hvad der skal gøres.

Problembehandling

Problembehandling vedrører opstilling og løsning af matematiske problemer, dvs. matematiske spørgsmål, der ikke kan besvares udelukkende med rutinemetoder. At løse et matematisk problem kræver en matematisk undersøgelse.

I 2. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne bliver i stand til at opstille matematiske problemer, og at de udvikler problemløsningsstrategier. Elevernes grundlag for at udvikle disse problemløsningsstrategier er bl.a. deres erfaringer med matematiske problemer, der enten kan vedrøre omverdenen eller være rent matematiske. Åbne opgaver med matematiske problemer kan ofte give et godt grundlag for, at elever med forskellig faglighed kan udvikle problemløsningsstrategier sammen i klassen. En opgave kan både være åben ved at have flere mulige resultater og ved at kunne løses på forskellige måder.

Elevernes problemløsningsstrategier omfatter igennem hele trinforløbet konkretisering af problemet ved brug af repræsentationer og opdeling af problemet i mindre dele. Elevernes fortsatte udvikling af strategier til problemløsning foregår bl.a. igennem samtaler, hvor de, med inspiration fra andre elever og med støtte og udfordringer fra læreren, diskuterer og sammenligner deres forskellige tilgange til problemløsning.

Modellering

Modellering vedrører processer, hvor matematik anvendes til behandling af situationer og problemer fra omverdenen. Det vedrører også analyse og vurdering af matematiske modeller, som beskriver forhold i omverdenen.

I 2. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne bliver i stand til at gennemføre modelleringsprocesser, der bl.a. omfatter:

- Opstilling af et problem fra omverdenen
- Oversættelse af problemet til en matematisk model
- Matematisk behandling af modellen
- Tolkning af den matematiske model i forhold til det oprindelige problem.

Elevernes modelleringsprocesser vedrører på disse klassetrin både hverdagsliv og naturforhold.

I gennem trinforløbet fokuserer undervisningen på at anvende egne og andres matematiske modeller til beskrivelse af omverdenen. Anvendelse af matematiske modeller omfatter bl.a. beskrivelse af modellen og overvejelse over modellens brugbarhed i forhold til den situation, den anvendes i. Undervisningen i modellering inddrager de tre stofområder alsidigt.

Ræsonnement og tankegang

Færdigheds- og vidensområdet ræsonnement og tankegang vedrører matematisk argumentation og karakteristika ved matematisk tankegang.

I 2. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne bliver i stand til at anvende matematiske ræsonnementer i undersøgende arbejde med matematik, der bl.a. kan foregå med anvendelse af digitale værktøjer, herunder regneark og et dynamisk geometriprogram. Undervisningen giver både eleverne mulighed for at udtænke og gennemføre enkle matematiske ræsonnementer og for at kunne følge og forholde sig til andres enkle matematiske ræsonnementer.

Elevernes udvikling af disse aspekter ved ræsonnements- og tankegangskompetencen tager afsæt i de matematiske spørgsmål og svar, eleverne stiller og giver i forbindelse med undersøgelser inden for de tre stofområder.

I begyndelsen af trinforløbet forventes det, at eleverne giver korte og enkle ræsonnementer, fx på formen "Hvis jeg..., så må der ske det, at..., fordi...". Senere i trinforløbet forventes det, at eleverne kan bruge enkle ræsonnementer til at udvikle hypoteser om løsningen af konkrete problemer og til at efterprøve holdbarheden af sådanne hypoteser. Det kan fx ske med mundtlige formuleringer på formen "Det kan ikke passe, for når jeg..., så bliver..."

Repræsentation og symbolbehandling

Repræsentation og symbolbehandling vedrører anvendelse og forståelse af repræsentationer i matematik, herunder matematisk symbolsprog.

I 2. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne bliver i stand til at oversætte frem og tilbage mellem hverdagsprog og matematisk symbolsprog. I undervisningen indgår også de repræsentationer fra 1. trinforløb, som udgør redskaber for eleverne i deres arbejde med matematik, herunder konkrete og visuelle repræsentationer.

I trinforløbet sker der en udvikling af elevernes anvendelse af matematisk symbolsprog, fx ved oversættelser af tal og regneudtryk til anvendelse af enkle ligninger og formler. Der sigtes mod at elevernes forståelse af forskellige repræsentationer af matematiske symboler styrkes.

Kommunikation

Kommunikation vedrører det at udtrykke sig med og om matematik og at sætte sig ind i og fortolke andres udtryk med og om matematik.

I 2. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne bliver i stand til at afkode og forstå tekster om og med matematik. Elevernes forståelse af tekster kan bl.a. bygge på deres viden om matematiske teksters formål og struktur. I undervisningen afkoder eleverne både tekster, hvori matematik indgår som redskab til formidling, og tekster, som kan understøtte deres matematiklæring.

Det øvrige arbejde med kommunikation i matematik på mellemtrinnet sigter på elevernes mundtlige og skriftlige kommunikation. Undervisningen kan give eleverne mulighed for at udtrykke deres idéer, handlinger og ræsonnementer i matematik og for at kunne anvende fagord og begreber. Det er centralt, at elevernes udvikling af kompetence i matematisk kommunikation finder sted i meningsfulde sammenhænge.

Hjælpemidler

Hjælpemidler vedrører kendskab til, anvendelse og valg af relevante hjælpemidler i matematik.

I 2. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne bliver i stand til at vælge og anvende relevante hjælpemidler, der passer til den konkrete situation eller det konkrete formål. Det betyder bl.a., at undervisningen giver eleverne mulighed for at udvikle færdigheder i og viden om et alsidigt udvalg af hjælpemidler.

I undervisningen indgår der bl.a. måleinstrumenter, tegneredskaber og digitale værktøjer, herunder regneark og et dynamisk geometriprogram.

Progressionen mod kompetencemålet

Undervisningen inden for de matematiske kompetencer foregår generelt i en progression fra det velkendte og overskuelige mod det mindre velkendte og mere komplekse. I 2. trinforløb betyder det, at de situationer, som eleverne forventes at kunne handle i, først i trinforløbet oftest er forbundet skolen, nærområdet og med hverdagslivet. Igennem trinforløbet udvides situationerne til også at omfatte det lokale samfundsliv og naturforhold.

Tal og algebra

Kompetencemål:

Eleverne kan anvende rationale tal og variable i beskrivelser og beregninger.

Målet er, at det talområde, eleverne arbejder inden for, i løbet af 2. trinforløb udvides til at omfatte hele tal og brøker, og at eleverne begynder at anvende bogstaver som repræsentationer for tal. Det er med andre ord et mål, at eleverne udvikler deres forståelse for negative tal, for brøkbegrebet og for repræsentationer, der kan udtrykke generelle egenskaber og sammenhænge mellem mængder af tal på en sådan måde, at det gør dem i stand til at anvende disse begreber.

Tal

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 2. trinforløb på elevernes forståelse af brøker, decimaltal, hele negative tal, procent, enkle potenser og pi.

I gennem trinforløbet giver undervisningen eleverne mulighed for at udvikle forståelse for brøker og for decimaltals opbygning. Samtidig skal eleverne fortsat have mulighed for at anvende og videreudvikle den viden og de færdigheder, de har opnået om naturlige tal. Brøkbegrebet er fundamentet i elevernes forståelse af både brøk, decimaltal og procent og i beskrivelsen af forhold.

Eleverne kender eksempler på brugen af brøker og decimaltal fra hverdagen. Begrebsdannelsen tager udgangspunkt i disse eksempler og støttes af illustrationer og konkrete materialer. Overgangen fra arbejdet med naturlige tal til brøkbegrebet er almindeligvis vanskelig for mange elever og bør derfor have særligt fokus. Undervisningen i brøkbegrebet fokuserer i 2. trinforløb bl.a. på:

- Relationen mellem brøk og division
- Brøk som en del af en helhed
- Brøk som tal på en tallinje
- Brøk som angivelse af forhold.

I arbejdet indgår viden om, hvordan forskellige brøker kan udtrykke samme størrelse, samt forståelse af, at brøkdelen af en helhed varierer i forhold til helheden. Arbejdet med decimaltal kan fokusere bl.a. på decimaltallene som repræsentationer for brøker med nævnerne 10, 100, 1000 osv. Forskellige skrivemåder for decimaltal indgår sammen med eksempler på, hvordan brøkers indbyrdes størrelse ofte med fordel kan afgøres ved at omskrive brøkerne til decimaltal.

I trinforløbet introduceres også negative tal med udgangspunkt i hverdagsanvendelser også. Arbejdet med negative tal kan bl.a. støttes af disse hverdagsanvendelser og ved brug af tallinjen.

I trinforløbet indføres procentbegrebet som en særlig anvendelse af brøkbegrebet med udgangspunkt i de mange eksempler, der kan hentes fra dagligdagen. Arbejdet skal omfatte omskrivninger mellem brøker, decimaltal og procent og støttes af både konkrete materialer, illustrationer og fortællinger. Eleverne skal have mulighed for at inddrage egne repræsentationer sammen med de repræsentationer, som læreren vælger. I trinforløbet giver undervisningen også eleverne mulighed for at anvende potenser, der indgår som kvadrattal og kubiktal, bl.a. i forbindelse med areal- og rumfangsberegninger. Det irrationale tal, pi, indgår i forbindelse med cirklers omkreds og areal.

Regnestrategier

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 2. trinforløb på udvikling af beregningsmetoder med rationale tal.

Igennem trinforløbet udvikler eleverne fortsat metoder til beregninger med naturlige tal. Efterhånden udvides fokus til også at omfatte beregninger, der består af flere trin, og til sammensatte beregninger, hvori flere regningsarter indgår. I arbejdet indgår viden om regningsarternes hierarki.

Aktiviteterne kan bl.a. vedrøre hverdagsøkonomi, herunder køb, budget og rabat.

I trinforløbet udvikler og anvender eleverne fortsat de strategier til hovedregning, overslagsregning og regning med skriftlige notater, som de har arbejdet med i 1. trinforløb. Desuden giver undervisningen eleverne mulighed for at anvende digitale værktøjer, herunder regneark til beregninger, bl.a. vedrørende hverdagsøkonomi.

Igennem trinforløbet videreudvikles regnestrategier knyttet til enkle brøker, decimaltal, procent og enkle negative tal. I dette arbejde har eleverne fortsat mulighed for at anvende konkrete og visuelle repræsentationer.

Hovedregning og regning med skriftlige notater, hvori der indgår rationale tal, vedrører talstørrelser, der anvendes i hverdagsliv. Til beregninger, der rækker ud over denne anvendelse, skal eleverne have mulighed for at anvende digitale værktøjer, herunder lommeregner, regneark og CAS.

Algebra

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 2. trinforløb på den indledende anvendelse af variable.

I trinforløbet fokuserer undervisningen på enkel ligningsløsning. Undervisningen foregår på grundlag af elevernes intuitive tænkning, som bygger på anvendelsen af konkrete materialer, tegninger og egne noter, "gæt og prøv efter" samt forklaringer i hverdagsprog.

Der kan bl.a. indgå problemstillinger og beregninger fra hverdagen, som kan beskrives med ligninger. Det er centralt i arbejdet med ligninger, at eleverne udvikler deres forståelse af, at lighedstegnet betyder, at udtrykkene på venstre og højre side af det har (eller skal have) samme værdi (i modsætning til en forståelse af, at lighedstegnet er et signal til at regne).

I trinforløbet introduceres variables anvendelse i formler, bl.a. i tilknytning til arbejdet med areal og rumfang og ved hjælp af digitale værktøjers muligheder for at eksperimentere med variable som pladsholdere for tal.

I trinforløbet arbejdes med elevernes beskrivelse af lineære sammenhænge ved hjælp af variable, herunder proportionale sammenhænge. Fokus i dette arbejde er elevernes begyndende forståelse af funktionsbegrebet. I beskrivelserne skal eleverne have mulighed for at anvende variable i et samspil med andre repræsentationer, herunder tabeller, grafer og mundtlige beskrivelser.

Progressionen mod kompetencemålet

Elevernes udvikling af begreber og metoder inden for stofområdet foregår generelt i en progression fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle. Det betyder i 2. trinforløb, at begreber (fx brøk, procent, ubekendte og variable) introduceres på en måde, så eleverne får mulighed for at forbinde begreberne med egne erfaringer og kontekster, de kan tænke igennem. Undervisningen kan også give eleverne mulighed for at støtte udviklingen af metoder (fx metoder til ligningsløsning) med konkrete materialer, illustrationer og evt. digitale ressourcer (fx en applet med en balancevægt). Begreberne og udviklingen af metoder kan i det omfang, den enkelte elev er parat til det, løsrives fra støttende repræsentationer, fx sådan, at eleverne arbejder med ligninger, der er repræsenteret i symbolsprog.

Geometri og måling

Kompetencemål:

Eleven kan anvende geometriske metoder og beregne enkle mål.

Målet er, at eleverne igennem trinforløbet gradvist bliver i stand til at anvende de geometriske metoder, de lærer i undervisningen (fx brug af koordinatsystemet, isometrisk tegning, metoder til flytninger) i sammenhænge, hvor de er meningsfulde. Målet er også, at eleverne i løbet af trinforløbet bliver i stand til at beregne enkle mål (fx beregninger vedrørende tidsforskelle, omkreds og areal).

Kompetenceområdet har fire færdigheds- og vidensområder, hvoraf de tre vedrører geometri, og det fjerde vedrører måling. I undervisningen bør de færdigheds- og vidensområder, der vedrører geometri, fremtræde som et samlet hele, og eleverne bør, i det omfang det giver mening, have mulighed for at se sammenhænge mellem geometri og måling.

Geometriske egenskaber og sammenhænge

Færdigheds- og vidensområdet fokuseres i 2. trinforløb på undersøgelser af geometriske figurer.

I begyndelsen af trinforløbet fokuserer undervisningen på kategorisering af figurer ud fra vinkeltyper og sidelængder. Eleverne kan sammenligne vinklers størrelser, og i undervisningen indgår stumpe, spidse og rette vinkler. Eleverne kan arbejde med navngivning af polygoner ud fra vinkler og sider. Senere kan eleverne undersøge plane figurers egenskaber bl.a. ved hjælp af et dynamisk geometriprogram. I undersøgelserne kan bl.a. indgå:

- Vinkelstørrelser
- Vinkelsummer i trekanter og andre polygoner
- Linjers indbyrdes beliggenhed, herunder parallelitet
- Navngivning af figurer ud fra egenskaber
- Forholdet mellem omkreds og diameter i cirkler.

Sidst i trinforløbet kan eleverne undersøge egenskaber ved rumlige figurer. I arbejdet kan der bl.a. indgå undersøgelser af regulære polyedre og problemstillinger vedrørende udfoldninger og samlinger af polyedre.

Geometriske tegninger

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 2. trinforløb på undersøgelser af geometriske figurer.

I trinforløbet arbejder eleverne fortsat med at gengive træk fra omverdenen bl.a. ved isometrisk tegning og plantegning. Senere i trinforløbet fremstiller og anvender eleverne skitser og præcise tegninger, både på papir og med et dynamisk geometriprogram. I den forbindelse indgår bl.a. præcis tegning af geometriske figurer ud fra givne betingelser og afkodning af oplysninger på tegninger.

Sidst i trinforløbet arbejder eleverne med gengivelse af enkle rumlige figurer ved tegning. Dette arbejde omfatter bl.a. skitsetegning, enkel projektionstegning og tegninger i forskellige størrelsesforhold.

Igennem hele trinforløbet arbejder eleverne med et alsidigt udvalg af redskaber til tegning, herunder digitale værktøjer, et dynamisk geometriprogram samt forskellige former for gitternet på papir og digitalt, herunder isometrisk net, der kan støtte elevernes tegning.

Placeringer og flytninger

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 2. trinforløb på beskrivelser af placeringer og flytninger i koordinatsystem.

I trinforløbet arbejder eleverne med beskrivelse af placeringer i koordinatsystemets første kvadrant, der senere i trinforløbet udvikles til at omfatte hele koordinatsystemet i takt med udvidelsen af talområdet. Undervisningen fokuserer på at afsætte punkter ud fra koordinatsæt og på at kunne beskrive punkters placering ved hjælp af koordinatsæt. Heri indgår aflæsning af punkter på kurver i koordinatsystemet.

I trinforløbet arbejder eleverne også med spejlinger, parallelforskydninger og drejninger i tilknytning til mønstre. I arbejdet kan bl.a. indgå:

- Undersøge og beskrive flytninger i mønstre
- Gengive mønstre, der indeholder flytninger
- Skabe egne mønstre ved hjælp af flytninger.

Eleverne anvender koordinatsystemet til at beskrive placeringer af flyttede figurer. I deres gengivelse af mønstre og i deres egne mønstre med flytninger kan de bl.a. have mulighed for at anvende digitale værktøjer.

Måling

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer på beregninger af omkreds, areal og rumfang.

I hele trinforløbet bygger eleverne videre på det målingsbegreb, de har udviklet i 1. trinforløb, heri indgår at estimere og måle længder, vægt, tid og vinkler, anvende relevante måleenheder og måleinstrumenter samt kunne vurdere et måleresultat ud fra målingens nøjagtighed.

I begyndelsen af trinforløbet fokuseres desuden på måling og beregning af omkreds og areal, heri indgår estimering og brug af digitale værktøjer. Eleverne skal have mulighed for at deltage i udviklingen af metoder til beregninger af omkreds og areal. Derfor kan undervisningen tage udgangspunkt i deres brug af enhedsfigurer til optælling af omkreds og areal. Læreren støtter og udfordrer elevernes tællemetoder, så de efterhånden forbindes med generelle metoder til beregning af omkreds og areal af enkle polygoner.

I begyndelsen af trinforløbet fokuserer undervisningen på areal af kvadrater og rektangler. Senere indgår også areal af parallelogrammer og trekanter samt af enkle figurer, der kan opdeles i trekanter.

Trinforløbets sidste del fokuserer på at gøre eleverne i stand til at anslå, måle og beregne rumfanget af enkle polyedre, herunder enkle prismer. Elevernes udvikling af metoder til rumfangsberegninger bygger på deres metoder til arealbestemmelse og foregår gennem undersøgelser.

I trinforløbet kan undervisningen fokusere på metoder til bestemmelse af cirklers omkreds og areal. Pi kan introduceres i forbindelse med undersøgelser af sammenhænge mellem cirklers omkreds og diameter.

Progressionen mod kompetencemålet

Elevernes udvikling af begreber og metoder inden for stofområdet foregår generelt i en progression fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle. Det betyder i 2. trinforløb, at nye begreber, fx spidse vinkler, parallelle linjer og rumfang, introduceres på en måde, så eleverne får mulighed for at forbinde begreberne med egne erfaringer og med andre begreber, som de allerede har udviklet forståelse for. For at støtte eleverne udvikling af metoder, fx metoder til at beregne rumfang, anvendes støttende repræsentationer, fx centicubes og illustrationer. Senere i forløbet kan begreberne og udviklingen af metoder, i det omfang den enkelte elev er parat til det, løsrives fra konkrete kontekster og støttende repræsentationer, fx sådan, at eleverne formulerer en generel metode til at beregne rumfanget af en kasse ud fra kassens sidelængder.

Statistik og sandsynlighed

Kompetencemål:

Eleven kan udføre egne statistiske undersøgelser og bestemme statistiske sandsynligheder.

Målet er, at eleverne igennem 2. trinforløb fortsat udvikler deres færdigheder i at indsamle, ordne, præsentere og diskutere betydningen af data, der vedrører problemer i omverdenen, fx data om lommepege i klassen, og at de bliver i stand til at sætte tal på sandsynligheder på grundlag af statistik.

Kompetenceområdet har to færdigheds- og vidensområder, der for eleverne bør fremtræde som et sammenhængende hele.

Statistik

I 2. trinforløb gennemfører eleverne egne statistiske undersøgelser, der bl.a. har fokus på anvendelse og tolkning af tabeller og grafiske fremstillinger.

I begyndelsen af trinforløbet arbejder eleverne med at beskrive og tolke tabeller og grafiske fremstillinger af data. Heri indgår elevernes beskrivelse og tolkning af egne diagrammer samt grafiske fremstillinger og tabeller fra analoge og digitale medier.

I trinforløbet giver undervisningen eleverne mulighed for at opstille spørgsmål, de efterfølgende besvarer gennem statistiske undersøgelser. I disse undersøgelser ordner, beskriver og tolker eleverne data, de har indsamlet. Efterfølgende formidler de resultaterne af deres undersøgelser. Datasøgning og udformning af spørgeskemaer indgår i arbejdet, herunder med digitale værktøjer.

Igennem trinforløbet sammenligner eleverne datasæt ud fra fx hyppighed, frekvens og enkle deskriptorer, herunder typetal, variationsbredde og middeltal, herunder med digitale værktøjer.

Sandsynlighed

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 2. trinforløb på bestemmelse af statistiske sandsynligheder.

I begyndelsen af trinforløbet arbejder eleverne med at forudsige resultater af chanceeksperimenter, begrunde deres gæt, gennemføre eksperimentet og sammenligne resultatet med deres gæt. Dette arbejde kan bl.a. tage udgangspunkt i chancespil og omfatter udtryk som den umulige hændelse, den sikre hændelse og lige stor chance. I forbindelse med gennemførelsen af eksperimentet fokuserer undervisningen på, at eleverne kan anvende hensigtsmæssige måder til at registrere data, herunder brug af hyppighedstabeller.

Senere i trinforløbet simulerer eleverne eksperimenter ved hjælp af digitale værktøjer. I den forbindelse får eleverne mulighed for at opbygge erfaringer med, hvordan antallet af gentagelser i et eksperiment kan påvirke resultaterne.

Eleverne anvender frekvenser til at beskrive sandsynligheden for enkle hændelser i forbindelse med chanceeksperimenter, spil og statistiske undersøgelser.

Progressionen mod kompetencemålet

Elevernes udvikling af begreber og metoder inden for stofområdet foregår generelt i en progression fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle. Det betyder i 2. trinforløb, at nye begreber (fx typetal, middeltal og sandsynlighed) introduceres på en måde, så eleverne får mulighed for at forbinde begreberne med egne erfaringer og med andre begreber, som de allerede har udviklet forståelse for. For at støtte elevernes udvikling af metoder (fx metoder til at beregne middeltal) anvendes støttende repræsentationer (fx centicubes og illustrationer). Senere i forløbet kan begreberne og udviklingen af metoder, i det omfang den enkelte elev er parat til det, løsrives fra konkrete kontekster og støttende repræsentationer, fx sådan, at eleverne formulerer en generel metode til at beregne middeltallet i et datasæt, der er repræsenteret med tal.

5.3 3. trinforløb, 7.-9. klassetrin

Matematiske kompetencer

Kompetencemål:

Eleverne kan handle med dømmekraft i komplekse situationer med matematik.

Målet er, at eleverne bliver i stand til at handle med matematiske begreber og metoder i situationer, hvor de giver mening. For elever på 3. trinforløb er der både tale om alsidige situationer, både velkendte og nye (fx vedrørende natur- og samfundsforhold).

Kompetencemålet skal ses i sammenhæng med stofområderne, der beskriver de centrale begreber og metoder, som eleverne skal kunne handle hensigtsmæssigt med. Kompetencemålet rækker dog også ud over elevernes anvendelse af begreber og metoder. Først og fremmest kræver kompetencemålet, at eleverne udvikler blik for, hvornår det kan være hensigtsmæssigt at anvende forskellige begreber og metoder, og at den enkelte elev udvikler den tillid til sig selv og sin kunnen, som det kræver at kunne handle i situationer, hvor det ikke lige er oplagt, hvordan der kan handles.

Problembehandling

Problembehandling vedrører opstilling og løsning af matematiske problemer, dvs. matematiske spørgsmål, der ikke kan besvares udelukkende med rutinemetoder. At løse matematiske problemer kræver en matematisk undersøgelse.

I 3. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne bliver i stand til selvstændigt at planlægge, gennemføre og vurdere problemløsningsprocesser. Denne udvikling har grundlag i elevernes viden om forskellige mulige trin i en problemløsningsproces, fx:

- Forståelse af problemet
- Afprøvning af mulige problemløsningsstrategier
- Opstilling og vurdering af hypoteser om løsningen
- Gennemførelse af de valgte strategier
- Vurdering af problemets løsning.

Eleverne udvikler igennem trinforløbet fortsat deres strategier til problemløsning. Disse strategier kan bl.a. omfatte reduktion af problemet til et lettere problem.

Modellering

Modellering vedrører processer, hvor matematik anvendes til behandling af situationer og problemer fra omverdenen. Det vedrører også analyse og vurdering af matematiske modeller, som beskriver forhold i omverdenen.

I 3. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne bliver i stand til at gennemføre modelleringsprocesser, og at de kan vurdere matematiske modeller. Undervisningen omfatter i dette trinforløb:

- Strukturering og afgrænsning af den del af omverdenen, de skal modellere
- Opstilling af en problemstilling
- Oversættelse af problemstillingen til en matematisk model, matematisk behandling af modellen
- Tolkning af den matematiske model i forhold til den oprindelige problemstilling
- Kritisk analyse af modellen.

Elevernes vurdering af matematiske modeller omfatter afkodning, tolkning og kritisk analyse af modellen i forhold til den del af omverdenen, som er modelleret.

Undervisningen i modellering vedrører på de ældste klassetrin både hverdagen og natur- og samfundsforhold og inddrager de tre stofområder alsidigt, sådan at eleverne både kan vurdere matematiske modeller og gennemføre modelleringsprocesser, der kræver færdigheder og viden vedrørende tal og algebra, geometri og måling samt statistik og sandsynlighed.

Ræsonnement og tankegang

Ræsonnement og tankegang vedrører matematisk argumentation og karakteristika ved matematisk tankegang.

I 3. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne bliver i stand til at udvikle matematiske ræsonnemente. Der fokuseres fortsat på, at eleverne kan stille spørgsmål og give svar, som er karakteristiske for matematik.

I deres arbejde med matematiske undersøgelser arbejder eleverne videre med at bruge ræsonnementer til at udvikle og vurdere hypoteser. Ræsonnementerne bygger i stigende grad på de definitioner og sætninger, eleverne allerede har lært, og undervisningen sigter på, at eleverne gradvist kan skelne bevidst mellem hypoteser, definitioner og sætninger.

Eleverne kan også få mulighed for at analysere rækkevidden og begrænsningen af de opdagelser og resultater, de når frem til, så de kan skelne mellem enkelttilfælde og resultater, der gælder generelt.

I trinforløbet indgår eksemplariske eksempler på enkle beviser i undervisningen. Eleverne arbejder desuden med at udvikle og vurdere ræsonnementer, der be- eller afkræfter påstande og hypoteser, som læreren bringer ind i undervisningen, eller som opstår blandt eleverne i forbindelse med undersøgende arbejde. I udviklingen og vurderingen af ræsonnementer inddrages digitale værktøjer som redskab til bl.a. tegninger, beregninger og målinger, når det er hensigtsmæssigt.

Repræsentation og symbolbehandling

Repræsentation og symbolbehandling vedrører anvendelse og forståelse af repræsentationer i matematik, herunder matematisk symbolsprog.

I 3. trinforløb lægger undervisningen vægt på elevernes valg af hensigtsmæssige repræsentationer, på repræsentationernes indbyrdes relationer, og på deres anvendelse af udtryk med variable. I trinforløbet giver undervisningen eleverne mulighed for at opbygge viden om styrker og svagheder ved forskellige repræsentationer. Denne viden giver eleverne grundlag for at kunne argumentere for deres valg af repræsentation, når de skal behandle matematik eller udtrykke sig om og med matematik.

I trinforløbet er der fokus på, at eleverne bliver i stand til at anvende og behandle repræsentationer med symbolholdige udtryk, herunder med brug af digitale værktøjer. Dette fokus, der har tæt sammenhæng med færdigheds- og vidensområdet tal og algebra, rummer også et samspil mellem forskellige repræsentationsformer, idet elevernes opstilling og omskrivning af udtryk med variable bl.a. understøttes med inddragelsen af geometriske repræsentationer for algebraiske udtryk.

Kommunikation

Kommunikation vedrører det at udtrykke sig med og om matematik og at sætte sig ind i og fortolke andres udtryk med og om matematik.

I 3. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne bliver i stand til at kommunikere ved anvendelse af fagord, begreber og faglige vendinger og matematiske symboler samt at kunne sætte sig ind i og fortolke egne og andres udsagn og præsentationer.

I trinforløbet sigter undervisningen på, at eleverne udtrykker idéer, handlinger og ræsonnementer på en fagligt sammenhængende måde.

I trinforløbet er undervisningen rettet imod, at eleverne kan opsøge matematisk information og forholde sig kritisk til den information, de finder i bl.a. digitale medier.

Undervisningen sigter på, at eleverne kan foretage en matematisk kommunikation med forskellige afsendere og modtagere, og at de kan tilpasse deres matematiske kommunikation, således at kommunikationens form og faglige præcision harmonerer med modtageren/afsenderen, med situationen og med kommunikationens formål. Det betyder også, at undervisningen skal give eleverne mulighed for at producere, sætte sig ind i og vurdere matematikholdige udtryk og præsentationer i forskellige medier, fx i artikler og bøger, digitale værktøjer, interaktive medier, video og i informationsøgning.

Hjælpe midler

Hjælpe midler vedrører kendskab til, anvendelse og valg af relevante hjælpemidler i matematik.

I 3. trinforløb lægger undervisningen vægt på, at eleverne begrundet kan vælge blandt flere hjælpemidler, der passer til den situation eller det formål, eleverne har med anvendelsen. Det betyder bl.a., at eleverne må have viden om forskellige hjælpemidler, der kan anvendes i samme situation, og at undervisningen kan understøtte, at eleverne reflekterer over de muligheder og begrænsninger, et givent hjælpemiddel giver i situationen.

Progressionen mod kompetencemålet

Undervisningen inden for de matematiske kompetencer foregår generelt i en progression fra det velkendte og overskuelige mod det mindre velkendte og mere komplekse. I 3. trinforløb betyder det, at de situationer, som eleverne forventes at kunne handle i, først i trinforløbet oftest er forbundet med det lokale samfundsliv og med naturforhold. Igennem trinforløbet udvides situationerne til også at omfatte danske samfundsforhold og globale udviklinger (fx vedrørende klima og befolkning).

Tal og algebra

Kompetencemål:

Eleven kan anvende reelle tal og algebraiske udtryk i matematiske undersøgelser.

Kompetencemålet medfører en udvidelse af talområdet til at omfatte reelle tal samt anvendelse af bogstaver som repræsentationer i forbindelse med matematiske undersøgelser. Det er med andre ord et mål, at eleverne udvikler deres forståelse for irrationale tal og bliver i stand til at anvende repræsentationer, der kan udtrykke generelle egenskaber og sammenhænge mellem mængder af tal, i hensigtsmæssige sammenhænge.

Tal

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 3. trinforløb på elevernes forståelse og anvendelse af reelle tal.

Først i trinforløbet fortsættes arbejdet fra 2. trinforløb med rationale tal. I undervisningen er der vægt på den tætte relation mellem brøk, decimaltal og procent og på anvendelsen af disse i både teoretiske og praktiske sammenhænge.

Eleverne har i 2. trinforløb stiftet bekendtskab med enkle potenser i forbindelse med arealberegning og multiplikation. I dette trinforløb arbejder eleverne bl.a. med potenser til beskrivelse af meget store og meget små størrelser. Desuden introduceres kvadratrødder og kubikrødder i sammenhæng med geometriske repræsentationer.

Arbejdet med kvadratrødder og kubikrødder giver grundlag for at udvide talområdet med de irrationale tal i de tilfælde, hvor de rationale tal ikke slår til. Denne udvidelse af talområdet giver anledning til nye undersøgelser af tallenes egenskaber, herunder tallenes rækkefølge og placering på tallinjen. Tallenes historiske udvikling kan inddrages i undervisningen med henblik på at udvikle en bedre forståelse for taludvidelsen.

Regnestrategier

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer på beregninger med reelle tal.

I trinforløbet fortsættes arbejdet fra 2. trinforløb vedrørende elevernes udvikling af metoder til beregninger med hele tal, brøk, decimaltal og procent. Undervisningen er rettet mod, at eleverne kan gennemføre sammensatte beregninger og beregninger i forbindelse med opgaver, der består af flere trin.

Undervisningen er også rettet mod, at eleverne kan vælge, hvornår det er hensigtsmæssigt at bruge hovedregning, skriftlig notation eller et digitalt værktøj ved beregninger med rationale tal. I forbindelse med brug af digitale værktøjer foretager eleverne overslag for at vurdere, om beregningen ser ud til at være korrekt.

I trinforløbet kan der lægges vægt på beregninger, der knytter sig til procentuel vækst, herunder beregninger vedrørende renter, lån og opsparing. I undervisningen indgår udarbejdelse af budget og vurdering af omkostninger ved lån. Dette arbejde foregår hovedsageligt ved hjælp af digitale værktøjer, herunder regneark, og der indgår bl.a. udvikling og anvendelse af formler.

Igennem trinforløbet gennemfører eleverne beregninger med irrationale tal. I dette arbejde kan bl.a. indgå undersøgelser af regneregler for regning med potenser og rødder samt overvejelser over de usikkerheder, der kan være forbundet med anvendelsen af digitale værktøjer.

Ligninger

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer på elevernes løsning af ligninger og uligheder.

Igennem hele trinforløbet arbejder eleverne med at opstille, løse og anvende ligninger i forbindelse med deres arbejde med både teoretiske og praktiske matematiske problemer.

I løsningen af ligninger og senere uligheder giver undervisningen eleverne mulighed for bl.a. at udvikle og benytte forskellige strategier og alsidige metoder, herunder ligningsløsning med støtte i konkrete og visuelle repræsentationer, skriftlige noter, ligningsløsning ved inspektion, grafisk ligningsløsning samt ligningsløsning med digitale værktøjer. I forbindelse med ligningsløsning udgør digitale værktøjer både et redskab til løsninger af problemer og et redskab til at udvikle elevernes forståelse for opstilling, løsning og anvendelse af ligninger.

Undervisningen giver eleverne mulighed for at deltage i udviklingen af algebraiske metoder til ligningsløsning, bl.a. på grundlag af deres egne strategier, visualiseringer samt lærerens udfordringer og støtte.

I trinforløbet indgår grafisk løsning af to ligninger med to ubekendte.

Formler og algebraiske udtryk

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer på elevernes anvendelse og udvikling af formler og algebraiske udtryk.

Fra begyndelsen af trinforløbet arbejder eleverne med at repræsentere algebraiske udtryk geometrisk og med at beskrive egenskaber ved geometriske figurer ved hjælp af algebra.

Senere i trinforløbet sigter undervisningen mod, at eleverne kan oversætte enkle sammenhænge til algebraiske udtryk i forbindelse med løsning af både praktiske og teoretiske problemstillinger. Eleverne anvender sådanne algebraiske udtryk, herunder formler, til løsning af problemer. Fx kan sammenhængen mellem tid, strækning og fart eller sammenhængen mellem højde, sidelængder og areal i et trapez beskrives med algebraiske udtryk.

Undervisningen giver eleverne mulighed for at sammenligne og omskrive algebraiske udtryk med forskellige metoder. Metoderne omfatter brug af geometriske repræsentationer, anvendelse af digitale værktøjer og af regler for regning med reelle tal. Undervisningen sigter også på, at eleverne kan reducere algebraiske udtryk, når det er hensigtsmæssigt.

Funktioner

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer på lineære og ikke-lineære sammenhænge.

Trinforløbet sigter bl.a. mod at gøre eleverne i stand til at beskrive sammenhænge mellem to talstørrelser ved hjælp af funktioner. Heri indgår overvejelser om brugen af konstanter, afhængige og uafhængige variable. Eleverne anvender alsidige repræsentationer, herunder tabeller, grafer, funktionsforskrifter og hverdagsproglige repræsentationer. Undervisningen kan bl.a. inddrage digitale værktøjer i fremstillingen af de forskellige repræsentationer og fokusere på oversættelse og sammenligning mellem dem.

I begyndelsen kan der fokuseres på lineære funktioner, herunder ligefrem proportionale sammenhænge og stykkevis lineære funktioner. Senere i trinforløbet indgår ikke-lineære funktioner, herunder enkle eksponentielle funktioner. I undervisningen indgår de forskellige funktioners anvendelse i beskrivelse af sammenhænge i omverdenen samt undersøgelse af funktionernes matematiske egenskaber, bl.a. med brug af digitale værktøjer.

Progressionen mod kompetencemålet

Elevernes udvikling af begreber og metoder inden for stofområdet foregår generelt i en progression fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle. Det betyder i 3. trinforløb, at begreber (fx kvadratrødder, uligheder og lineære funktioner) introduceres på en måde, så eleverne får mulighed for at forbinde begreberne med kontekster, de kan tænke igennem. Eleverne skal også have mulighed for at støtte deres udvikling af metoder (fx metoder til omskrivning af algebraiske udtryk) med illustrationer og evt. digitale ressourcer (fx med et kvadrat som repræsentation for kvadratet på en toleddet størrelse). Senere i forløbet kan begreberne og udviklingen af metoder, i det omfang den enkelte elev er parat til det, løsrives fra støttende repræsentationer, fx sådan, at eleverne omskriver algebraiske udtryk uden brug af støttende repræsentationer og formulerer regneregler, der gælder generelt, fx for omskrivning af kvadratet på en toleddet størrelse.

Geometri og måling

Kompetencemål:

Eleven kan forklare geometriske sammenhænge og beregne mål.

Målet er, at eleverne igennem trinforløbet gradvist udvikler en sådan forståelse af udvalgte geometriske sammenhænge og egenskaber, fx sammenhængen mellem kateternes og hypotenusens længder i retvinklede trekanter og sammenhængen mellem vinkelstørrelser og sidelængder i retvinklede trekanter, at de bliver i stand til at begrunde dem og forklare deres anvendelsesmuligheder. Målet er også, at eleverne i løbet af trinforløbet bliver i stand til at beregne flere mål (fx sidelængder i en retvinklet trekant, hvor én sidelængde og en af de spidse vinkler er kendt).

Kompetenceområdet har fire færdigheds- og vidensområder, hvoraf de tre vedrører geometri, og det fjerde vedrører måling. I undervisningen bør de færdigheds- og vidensområder, der vedrører geometri, fremtræde som et samlet hele, og eleverne bør, i det omfang det giver mening, have mulighed for at se sammenhænge mellem geometri og måling.

Geometriske egenskaber og sammenhænge

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 3. trinforløb på undersøgelser og beregninger i tilknytning til geometriske figurer.

I trinforløbet arbejder eleverne med at bestemme og angive målforhold mellem ligedannede figurer. Heri indgår målforhold vedrørende længde, areal og rumfang samt undersøgelser af relationen mellem disse forhold med udgangspunkt i enkle polygoner og polyedre.

Trinforløbet fokuserer på elevernes egne geometriske undersøgelser fx af egenskaber ved linjer knyttet til polygoner og cirkler og sammenhængen mellem polygoners form og disse linjer. Heri indgår bl.a. højder, medianer, midtnormaler, vinkelhalveringslinjer og diagonaler. I undersøgelserne anvendes bl.a. et dynamisk geometriprogram.

I trinforløbet sigter undervisningen på, at eleverne opnår forståelse for den pythagoræiske læresætning og for trigonometri knyttet til retvinklede trekante. I undervisningen indgår bl.a. den pythagoræiske læresætning, den omvendte pythagoræiske læresætning og sinus, cosinus og tangens i forskellige sammenhænge.

Undervisningen i trigonometri bygger på elevernes forståelse af ligedannethed og skal knyttes tæt til konkrete, praktiske aktiviteter, så det bliver tydeligt, at trigonometri bl.a. giver mulighed for at beregne afstande, der ikke kan måles. I beregninger med trigonometri bruger eleverne digitale værktøjer, herunder lommeregner, dynamisk geometriprogram og CAS.

Geometriske tegninger

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 3. trinforløb på undersøgelser i tilknytning til geometriske tegnemåder. I hele trinforløbet indgår både analoge og digitale værktøjer i arbejdet med geometrisk tegning.

I trinforløbet undersøger, beskriver og vurderer eleverne ligheder og forskelle mellem forskellige tegneformers gengivelse af rumlighed. Undervisningen giver eleverne mulighed for at sammenligne de informationer, projektionstegninger og isometriske tegninger giver om tredimensionelle objekter. Undervisningen sigter mod, at de kan vælge tegneform og udføre geometriske tegninger, der passer til forskellige formål, herunder til boligindretning og til fremstilling af en byggevejledning.

Eleverne arbejder med præcise tegninger ud fra givne betingelser. Heri indgår bl.a. elevernes fremstillinger af plantegninger og tværsnit ud fra oplysninger om vinkelmål, længdemål og længdeforhold. Eleverne undersøger desuden, hvilke oplysninger om vinkler og sidelængder der er nødvendige for at kunne fremstille enkle kongruente polygoner.

Placeringer og flytninger

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 3. trinforløb på kurver i koordinatsystem og på mønstre og symmetrier i omverdenen.

I trinforløbet analyserer eleverne mønstre, herunder identifikation og beskrivelse af figurer, flytninger og symmetrier, der indgår i mønstrene. Mønstrene omfatter bl.a. friser og tessellationer.

I trinforløbet sigter undervisningen mod, at eleverne kan demonstrere og forklare sammenhænge, fx mellem kurver og de tilhørende ligninger. Undervisningen kan bl.a. sigte mod, at eleverne kan forklare, hvordan hældningsstallet for en ret linje og linjens skæring med andenaksen kommer til udtryk i linjens ligning og på, at eleverne kan anvende denne indsigt til at fremstille ligninger ud fra linjer og omvendt.

Måling

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 3. trinforløb på beregninger af omkreds, areal og rumfang.

I trinforløbet sigter undervisningen på, at eleverne på baggrund af viden om præfikser, grundenheder og afledte enheder bliver i stand til at omskrive mellem måleenheder vedrørende bl.a. længde, areal, rumfang, masse, massefylde, tid og fart.

I trinforløbet fokuserer undervisningen på elevernes brug af formler og digitale værktøjer i forbindelse med beregninger af længde, areal og rumfang. Heri kan bl.a. indgå arealet af polygoner og cirkeludsnit samt rumfanget af prizmer, cylindre, kegler, keglestubbe, kugler, pyramider og pyramidestubbe. Eleverne anvender formler fra matematikken i forbindelse med beregninger af mål i omverdenen.

Undervisningen sigter mod, at eleverne bliver i stand til at beregne afstande, de ikke umiddelbart kan måle. I den forbindelse anvender de viden om lignedannede figurer, den pythagoræiske læresætning og trigonometriske beregninger i retvinklede trekanter. Undervisningen kan bl.a. give eleverne mulighed for at arbejde på alsidige måder med afstandsbestemmelse. Arbejdet knyttes bl.a. til konkrete, udendørs målinger.

Progressionen mod kompetencemålet

Elevernes udvikling af begreber og metoder inden for stofområdet foregår generelt i en progression fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle. Det betyder i 3. trinforløb, at begreber (fx polyedre, sinus og kegle) introduceres på en måde, så eleverne får mulighed for at forbinde begreberne med kontekster, de kan tænke igennem. For at støtte elevernes udvikling af metoder (fx metoder til beregning af ukendte længder) anvendes støttende repræsentationer (primært illustrationer). Senere i forløbet kan begreberne og udviklingen af metoder, i det omfang den enkelte elev er parat til det, løsnes fra konkrete kontekster og støttende repræsentationer, fx sådan, at eleverne formulerer en generel metode til at beregne hypotenusens længde i en retvinklet trekant, hvor de to kateters længde er kendt.

Statistik og sandsynlighed

Kompetencemål:

Eleven kan vurdere statistiske undersøgelser og anvende sandsynlighed.

Målet er, at eleverne igennem 3. trinforløb bliver i stand til at vurdere betydningen og kvaliteten af statistiske undersøgelser, der enten kan være elevernes egne eller undersøgelser, der forekommer i medier. Målet er desuden, at de i løbet af 3. trinforløb bliver i stand til at anvende beregninger og vurderinger af sandsynligheder i forbindelse med situationer fra omverdenen. Det kan fx være at kunne beregne sandsynligheden for at vinde i et bestemt chancespil eller at kunne sammenligne sandsynligheden for, at en bestemt hændelse indtræffer, med sandsynligheden for, at en anden hændelse indtræffer.

Kompetenceområdet har to færdigheds- og vidensområder, der for eleverne bør fremtræde som et sammenhængende hele.

Statistik

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer på analyse af datasæt og på vurdering af statistiske undersøgelser.

Igennem trinforløbet arbejder eleverne med forskellige typer af data, der grupperes, når det er hensigtsmæssigt. Undervisningen giver eleverne mulighed for at indsamle egne data og for at opsøge data i medier.

Igennem trinforløbet beskriver og tolker eleverne data og sammenligne datasæt. I sammenligningerne indgår deskriptorer, herunder median, og grafiske fremstillinger. Undervisningen sigter på, at eleverne kan vælge hensigtsmæssige deskriptorer og kan anvende digitale værktøjer til beregninger af disse og til grafiske fremstillinger.

I trinforløbet undersøger eleverne mulige sammenhænge mellem data og anvende data til prognoser om udviklinger i omverdenen. I undersøgelserne anvender eleverne digitale værktøjer. Undersøgelser af mulige sammenhænge baserer sig på færdigheder i at plote

samhørende data i et koordinatsystem. Forudsigelserne baserer sig på grafer, der passer bedst muligt til data, når de er repræsenteret som punkter i et koordinatsystem.

Undervisningen sigter mod, at eleverne bliver i stand til kritisk at vurdere konklusioner i statistiske undersøgelser. Heri indgår viden om muligheder for manipulation med grafiske fremstillinger af data og viden om usikkerhed i stikprøveundersøgelser. Eleverne kan opnå denne viden igennem bl.a. sammenligninger af forskellige grafiske fremstillinger af samme datamateriale og undersøgelser af stikprøvestørrelsens betydning for usikkerheden i et stikprøveprøveresultat.

Sandsynlighed

Færdigheds- og vidensområdet fokuserer i 3. trinforløb på elevernes anvendelse og vurdering af statistisk og teoretisk sandsynlighed.

I begyndelsen af trinforløbet udvides elevernes sandsynlighedsbegreb til også at omfatte teoretisk sandsynlighed, hvor sandsynligheder bestemmes på baggrund af antal gunstige og mulige udfald.

Senere i trinforløbet sigter undervisningen mod, at eleverne kan udføre eksperimenter, der involverer to eller flere enkle deleksperimenter, og sammenligne den statistiske sandsynlighed for en bestemt hændelse med beregnet teoretisk sandsynlighed for samme hændelse. I elevernes beregninger af sådanne sammensatte sandsynligheder indgår overvejelser over antallet af mulige udfald og visuelle repræsentationer, herunder chancetræ.

I trinforløbet er undervisningen rettet imod elevernes anvendelse af statistisk og teoretisk sandsynlighed i tilknytning til situationer fra omverdenen, bl.a. i forbindelse med vurdering af chancestørrelser i gevinstspil og risikovurderinger af personlig og samfundsmæssig karakter. Eleverne kan gennemføre eksperimenter eller beregninger for at bestemme sandsynligheden for hændelser og kan i den forbindelse give eleverne mulighed for at få erfaringer med de store tals lov. Disse erfaringer kan være baseret på simuleringer af eksperimenter ved inddragelse af digitale værktøjer.

Progressionen mod kompetencemålet

Elevernes udvikling af begreber og metoder inden for stofområdet foregår generelt i en progression fra det uformelle og konkrete mod det mere formelle og generelle. Det betyder i 3. trinforløb, at begreber (fx median, stikprøve og udfald) introduceres på en måde, så eleverne får mulighed for at forbinde begreberne med egne erfaringer og med andre begreber, som de allerede har udviklet forståelse for. For at støtte elevens udvikling af metoder (fx metoder til at beregne antallet af mulige udfald i et eksperiment) anvendes støttende repræsentationer (fx tabeller og tælletræer). Senere i forløbet kan begreberne og udviklingen af metoder, i det omfang den enkelte elev er parat til det, løsrives fra konkrete kontekster og støttende repræsentationer, fx sådan, at eleverne formulerer en generel metode til at beregne antallet af mulige udfald, når tre elementer udtages i en stikprøve med tilbagelægning.

6 Tværgående emner og problemstillinger

Eleverne i folkeskolen skal have mulighed for at anvende og udbygge det, de lærer i fagene, gennem undervisning i emner og problemstillinger, der går på tværs af fagene. Folkeskoleloven fastslår således, at undervisningen skal foregå i en vekselvirkning mellem undervisning i fag og i tværgående emner og problemstillinger (jf. Folkeskolelovens §5).

Undervisningen i tværgående emner og problemstillinger kan have mange forskellige former, men fælles for dem alle er, at undervisningen er rettet mod et formål, som ligger uden for de enkeltes fags rammer. Den tværfaglige undervisning er til for at kunne belyse og behandle emner og problemstillinger fra de forskellige perspektiver, forskellige fag kan give.

Folkeskolelovens §1 sætter en retning for, hvilke emner og problemstillinger det kan være relevant at inddrage i den tværgående undervisning. I stk. 1 angives dansk kultur og historie, andre lande og kulturer samt menneskets samspil med naturen som indhold, der er overordnet fag. På tilsvarende vis kan Folkeskolelovens §1, stk. 3 ses som retningsgivende for emner og problemstillinger, det kan være relevant at belyse på tværs af fag: "Folkeskolen skal forberede eleverne til deltagelse, medansvar, rettigheder og pligter i et samfund med frihed og folkestyre". Sammenfattende kan kultur, historie, natur og samfundsliv ses som retningsgivende for valg af relevant indhold i tværgående emner og problemstillinger.

For matematiklæreren kræver de tværgående emner og problemstillinger en bevidsthed om, hvilken rolle faget kan spille i tværfaglige sammenhænge. Matematik kan bl.a.:

Beskrive omverden

Som beskrivelsesmiddel kan matematik give et perspektiv på omverdenen, der kan fungere som supplement til de perspektiver, andre fag kan give. Tal og algebra kan fx beskrive samfundsforhold, naturforhold, udviklinger og fordelinger. Geometri og måling kan fx beskrive arkitektur, landskaber og kunst. Statistik og sandsynlighed kan fx beskrive resultatet af spørgeskemaundersøgelser, risiko og chance i hverdagsliv, naturforhold og i samfundsliv.

Forme omverden

Nogle matematiske modeller påvirker den måde, vi tænker på om vores omverden. Det gælder fx modeller, der vedrører krop og sundhed, herunder kondital, BMI-tal og blodtryk. De tværgående emner og problemstillinger giver mulighed for at undersøge og reflektere over sådanne modellers betydning for mennesket, samfundet, naturen og kulturen.

Være et redskab

I mange fagområder fungerer matematik som et nødvendigt redskab. Det gælder fx madlavning, musik, fysik, kunst og design. De tværgående emner og problemstillinger giver mulighed for at anvende matematik som redskab inden for andre fagområder.

Løse problemer

Matematik kan bidrage til at løse problemer, der rækker ud over matematikken selv. Det gælder fx problemer vedrørende logistik, klima og befolkningsudviklinger. De tværgående emner og problemstillinger giver mulighed for at anvende matematik til at løse problemer inden for andre fagområder.

Det er matematiklærerens opgave at have blik for fagets potentialer i tværfaglige forløb. Matematiklæreren må derfor have blik for, hvordan matematik kan indgå som beskrivelsesmiddel og redskab i en mangfoldighed af sammenhænge, og have blik for matematiske modellers potentialer og begrænsninger samt for fagets muligheder for at bidrage til at løse problemer.

7 Tværgående temaer

Sproglig udvikling, it og medier samt innovation og entreprenørskab er tre tværgående temaer, der indgår i undervisningen i skolens obligatoriske fag, herunder matematik. I dette afsnit beskrives de tre tværgående temaers rolle i faget matematik.

7.1 Sproglig udvikling

I matematik spiller elevernes sproglige udvikling en alsidig rolle.

- For det første er det et mål i sig selv, at eleverne bliver i stand til at kommunikere om og med matematik. En af de matematiske kompetencer fokuserer således på kommunikation.
- For det andet er sprog et middel til at lære matematik. Eleverne udbygger bl.a. deres faglige forståelser ved at tale om de faglige begreber og metoder, de møder i undervisningen, og ved at se forbindelser med forskellige sproglige repræsentationer for det samme begreb. De udbygger fx deres forståelse for funktioner ved at se forbindelser mellem tabeller, grafer, forskrifter og tekster, der alle beskriver den samme funktionelle sammenhæng.
- For det tredje er matematik et fag på linje med andre fag i skolen, der bidrager til elevernes alsidige sproglige udvikling. I denne rolle ses sproglig udvikling som et tværfagligt tema, der er målrettet alle elever. Det er centralt for elevernes faglige udbytte, at de gennem hele deres skoletid får støtte i alle fag til at tilegne sig det fagspecifikke sprog og den faglige tekstkultur, som kendetegner det enkelte fag, og det er læreren i det enkelte fag, som kender til fagets særlige sprog og kan hjælpe eleverne til at udvikle fagsproget. I matematik skal læreren derfor arbejde med, at eleverne bliver i stand til at lytte, samtale, læse og skrive i det fagsprog, der kendetegner faget.

I det følgende fokuseres på sproglig udvikling i det sidstnævnte perspektiv. For at elever bliver i stand til at lytte, samtale, læse og skrive i det fagsprog, der kendetegner matematik, er det afgørende, at de udvikler forståelse for en række fagord (fx tæller, nævner, brøkstreg) og begreber (fx brøker). Eleverne udvikler især en sådan forståelse ved at arbejde på en sproglig alsidig måde. Det betyder, at de fagord og begreber, som eleverne skal lære, må repræsenteres på mange forskellige måder, og at begrebers betydningsindhold må være emne for samtaler i klassen. Eleverne skal have mulighed for at se sammenhænge mellem forskellige repræsentationer for begrebet, og de skal have mulighed for at forbinde nye begreber med deres erfaringsverden. Eleverne får fx mulighed for at udvikle forståelse for begrebet "gange" (multiplikation) ved at blive støttet til at se sammenhænge mellem forskellige konkrete, billedlige og symbolske repræsentationer for gangestykker. Et gangestykke kan fx repræsenteres som en fortælling om en situation, der vedrører gange, med konkrete tællematerialer (fx klodser), med illustrationer og med talsymboler.

Elevernes udvikling af matematisk fagsprog er en proces, hvor undervisningen giver eleverne mulighed for at vende tilbage til de samme begreber gentagne gange for at udbygge deres forståelse af dem. Fx udbygges elevernes forståelse af og kendskab til begrebet trekanter igennem hele skoleforløbet. I processen er det elevernes forståelse af det betydningsindhold, som er knyttet til de centrale begreber, der er i fokus – og ikke selve ordene. De udvikler bl.a. denne forståelse ved at sætte ord på deres egne, foreløbige

forståelser, og ved at læreren udfordrer elevernes forståelser igennem samtaler. I sådanne samtaler skal eleverne have mulighed for at udtrykke sig uformelt og ikke nødvendigvis korrekt om deres idéer, tanker og spørgsmål.

For at eleverne bliver i stand til at læse og skrive i det fagsprog, der kendetegner matematik, er det afgørende, at de har viden om de særlige træk, der kendetegner matematiktekster, og at de udvikler hensigtsmæssige læsestrategier. En af de faktorer, der har størst betydning for, om elever forstår og husker de informationer, en tekst giver, er den forhåndsviden, de møder teksten med. Det er en klar fordel for eleverne at have forhåndsviden om tekstens formål, indhold og struktur. Det er derfor væsentlige elementer i elevernes sproglige udvikling, at de opnår viden om matematikholdige teksters forskellige formål, og at eleverne bliver i stand til at aktivere deres forhåndsviden om indholdet, når de læser matematiktekster. Det er desuden væsentligt, at eleverne har viden om, at matematiktekster ofte er multimodale tekster, der er sammensat af forskellige dele, fx almindelig tekst, matematisk symbolsprog, skemaer, tabeller, diagrammer, figurer, faktabokse, fotos og tegninger.

De fire fokusområder i elevernes sproglige udvikling; læse, lytte, samtale og skrive, er sammenhængende aspekter, der udvikler sig i samspil med hinanden. Elevernes skriftlige formuleringer om og med matematik støtter fx både deres begrebsdannelse og deres blik for formål og struktur i matematikholdige tekster.

7.2 It og medier

Eleverne kan i undervisningsforløb, hvor it og medier indgår, indtage forskellige positioner. I det tværgående tema It og medier opereres der med fire positioner:

1. Eleven som kritisk undersøger
2. Eleven som analyserende modtager
3. Eleven som målrettet og kreativ producent
4. Eleven som ansvarlig deltager.

Matematik bidrager til alle fire positioner. Det følgende beskriver, hvilke dele af faget matematik der, igennem hele skoleforløbet, kan relateres til arbejdet med hver position.

Eleven som kritisk undersøger

Det er især igennem arbejdet med modellering, at eleverne i matematik får mulighed for at udvikle digitale færdigheder som kritiske undersøgere. I elevernes arbejde med modellering indgår digitale værktøjer som regneark, CAS og dynamiske geometriprogrammer. Eleverne kan fx bruge disse programmer til at opstille og kritisk undersøge matematiske modeller, fx på de ældste klassetrin til at sammenligne de samlede udgifter ved to forskellige lån, som er beskrevet med matematiske formler.

Eleven som analyserende modtager

Det er især igennem arbejdet med kommunikation, at eleverne i matematik får mulighed for at udvikle digitale færdigheder som analyserende modtagere. Eleverne arbejder med at læse, forstå, analysere og vurdere matematikholdige informationer i bl.a. digitale medier, fx analyser af matematikholdige multimodale tekster i digitale medier. Eleverne arbejder desuden med at søge information i digitale medier og med at vurdere præsentationen af informationer i bl.a. diagrammer. I den forbindelse kan undervisningen lægge op til, at de forholder sig kritisk til informationens kvalitet og troværdighed.

Eleven som målrettet og kreativ producent

Det er især igennem arbejdet med problembehandling, modellering og kommunikation, at eleverne i matematik får mulighed for at udvikle digitale færdigheder som målrettede

og kreative producenter. En modelleringsopgave kan fx bestå i at producere egne digitale chancespil, som afprøves af andre i klassen og efterfølgende analyseres. I nogle matematikfaglige præsentationer kan eleverne fx inddrage egne videooptagelser eller animationer. Eleverne kan reflektere over valg af præsentationsform i forhold til matematisk indhold, herunder grafisk præsentation, præsentationsprogram, video og animationer, og kunne afpasse budskab og formål i forhold til forskellige målgrupper.

Eleven som ansvarlig deltager

Det er også igennem arbejdet med kommunikation i matematik, at eleverne får mulighed for at udvikle digitale færdigheder som ansvarlige deltagere. Undervisningen kan give eleverne mulighed for at kommunikere, vidensdele og samarbejde ved brug af digital teknologi. Undervisningen kan også give eleverne mulighed for at kommunikere resultaterne af deres matematiske undersøgelser gennem digitale medier til forskellige modtagere og mulighed for, at eleverne kan give hinanden respons på sådanne præsentationer. Eleverne kan fx producere små videoer, der demonstrerer deres metoder til at løse forskellige matematiske problemer, eller give en digital præsentation, rettet mod forældre eller andre skoleklasser, af resultater fra deres egne statistiske undersøgelser.

7.3 Innovation og entreprenørskab

Det tværgående tema Innovation og entreprenørskab har fire dimensioner: Handling, kreativitet, personlig indstilling og omverdensforståelse. I det følgende omtales matematiks rolle i forhold til hver af de fire dimensioner.

Handling

Alle de matematiske kompetencer har fokus på, at eleverne bliver i stand til at handle i matematikholdige situationer. Der er derfor stor overensstemmelse mellem denne dimension i innovation og entreprenørskab og faget matematik. Det er hensigten, at eleverne bliver i stand til at handle med den viden og de færdigheder, de opnår igennem undervisningen. I praksis kan dette betyde, at eleverne fremstiller produkter (fx bygger en drage, skriver en artikel eller fremstiller en model af et bygningsværk), der bygger på den indsigt og kunnen, som eleverne har opnået i matematik.

Kreativitet

Kreativitet handler om at få nye idéer og udtrykke dem. I matematik har eleverne bl.a. brug for kreativitet i deres undersøgende arbejde med matematik. Denne arbejdsform er kendetegnet ved, at eleverne ikke på forhånd har en metode, som de kan bruge til fx at løse et problem, de står overfor. Eleverne har derfor brug for kreativitet til at kunne komme med forslag til fremgangsmåder, til at udvikle og afprøve hypoteser om løsningen og til at udvikle holdbare ræsonnementer i arbejdet.

Personlig indstilling

Elevens personlige indstilling er central for læring af matematik. Der er fx vigtigt i løsning af matematiske problemer at kunne være vedholdende og at kunne være i en situation, hvor det ikke er givet, hvad man foretager sig, kunne prøve sig frem og turde fejle. Det er derfor vigtigt, at undervisningen understøtter elevernes matematiske eksperimenter og afprøvninger.

Omverdensforståelse

Matematiske modeller spiller en afgørende rolle i beskrivelse og forståelse af omverdenen. Matematik kan bl.a. bidrage til elevernes omverdensforståelse ved at give dem mulighed for at udvikle, analysere og vurdere matematiske modeller, der beskriver eller løser problemer i omverdenen.

8 Opmærksomhedspunkter

Et opmærksomhedspunkt er et mål, som inden for et færdigheds- og vidensområde beskriver de færdigheder, der er en forudsætning for, at eleverne kan få tilstrækkeligt udbytte af undervisningen på de efterfølgende klassetrin og i undervisningen på tværs af fag. Matematiklæreren må løbende være opmærksom på, om der er elever, som ikke ser ud til at opnå de beskrevne færdigheder. I så fald er skoleledelsen og læreren forpligtet til at indgå i en dialog om, hvordan skolen samlet set kan støtte op om elevens faglige udvikling med henblik på, at eleven opnår de nødvendige færdigheder.

I matematik er der otte opmærksomhedspunkter, som er knyttet til udvalgte færdigheds- og vidensområder. De otte opmærksomhedspunkter repræsenterer faglige mål, der er vigtige for undervisningen på efterfølgende klassetrin og for undervisningen på tværs af fag, men det er vigtigt at være opmærksom på, at de ikke dækker faget matematik som helhed. I dette afsnit uddybes de otte opmærksomhedspunkter.

8.1 Opmærksomhedspunkter efter 3. klassetrin

Eleven kan anvende trecifrede tal til at beskrive antal og rækkefølge (Tal og algebra/Tal).

Læreren må være opmærksom på, om eleverne igennem de første skoleår gradvist udvikler talforståelse, sådan at de efter 3. klassetrin kan bruge trecifrede tal til at beskrive antal, og så de kan placere tal i rækkefølge efter størrelse. Denne kunnen bygger på en forståelse for, hvordan vores talsystem er opbygget i enere, tiere, hundreder osv., og at det er cifrenes placeringer i et tal, der bestemmer tallets værdi.

Eleven kan addere og subtrahere enkle naturlige tal med hovedregning og lommeregner (Tal og algebra/Regnestrategier).

I forbindelse med undervisningen i hovedregning må læreren være opmærksom på, om eleverne gradvist bliver i stand til at bruge flere regnestrategier end tælling – fx metoder, hvor eleverne opdeler tal, de skal addere, og udnytter et antal hele 10'ere som en trædesten i additionen. Læreren må også være opmærksom på, om eleven igennem undervisningen bliver i stand til at anvende lommeregner i enkle situationer, hvor det er hensigtsmæssigt.

Eleven kan anslå og måle længde, tid og vægt i enkle hverdagssammenhænge (Geometri og måling/Måling).

Læreren må være opmærksom på, om eleven i løbet af det første trinforløb (1.-3. klassetrin) har udviklet en begyndende begrebsmæssig forståelse for måling af længde, tid og vægt. Det forventes, at eleverne efter 3. klassetrin kan foretage målinger med ikke-standardiserede enheder. Det forventes også, at de har udviklet en begyndende fornemmelse for at anslå mål i hverdagssammenhænge.

8.2 Opmærksomhedspunkter efter 6. klassetrin

Eleven kan vælge hensigtsmæssig regningsart til løsning af enkle hverdagsproblemer og opstille et simpelt regneudtryk (Tal og algebra/Regnestrategier).

Eleverne får mulighed for at anvende matematik, når de bliver i stand til at bringe matematikken i spil i situationer i omverdenen. Læreren må være opmærksom på, om eleven i løbet af 2. trinforløb (4.-6. klassetrin) bliver i stand til at bruge de fire regningsarter i helt enkle situationer. Det er i denne forbindelse ikke resultaterne, der er i fokus, men elevernes opstilling af et regneudtryk, der passer til situationen.

Eleven kan gennemføre regneprocesser inden for alle fire regningsarter med inddragelse af overslag og lommeregner (Tal og algebra/Regnestrategier).

Det er centralt, at eleverne i løbet af 2. trinforløb bliver i stand til, ved hjælp af lommeregner, at gennemføre beregninger inden for alle fire regningsarter. Det betyder på den ene side, at de må kende funktionerne på det digitale værktøj, de bruger, men det betyder også, at de må have en realistisk forventning til resultatet af beregningen. I mange praktiske situationer vil det være nok for eleverne at kunne foretage et overslag på beregningen frem for at beregne præcist. I situationer, hvor en præcis beregning er nødvendig, kan et overslag hjælpe til at opdage evt. slåfejl på lommeregneren.

Eleven kan uddrage relevante oplysninger i enkle matematikholdige tekster (Matematiske kompetencer/Kommunikation).

Tekster, hvori matematik spiller en rolle, indgår på tværs af fag. Det kan fx dreje sig om en række faktuelle oplysninger i form af tal eller om aflæsning og tolkning af diagrammer. Læreren må være opmærksom på, om alle elever i løbet af 2. trinforløb bliver i stand til at uddrage relevante oplysninger i enkle matematikholdige tekster. Kan de fx læse og forstå enkle diagrammer, der indgår i en tekst sammen med andre oplysninger?

8.3 Opmærksomhedspunkt på 7.-9. klassetrin

Eleven kan gennemføre simple procentberegninger med overslag og lommeregner (Tal og algebra/Regnestrategier).

Procent indgår i mange hverdagssituationer, fx i forbindelse med it, handel, chance og lån. Det er vigtigt, at eleven i løbet af 2. trinforløb har udviklet en begyndende begrebsmæssig forståelse for procent, og at de, ved hjælp af lommeregner, er i stand til at udføre simple procentberegninger. Det betyder på den ene side, at de må kende funktionerne på det digitale værktøj, de bruger, men det betyder også, at de må have en realistisk forventning til resultatet af beregningen. I mange praktiske situationer vil det være nok for eleverne at kunne foretage et overslag på beregningen frem for at beregne præcist. I situationer, hvor en præcis beregning er nødvendig, kan et overslag hjælpe til at opdage evt. slåfejl på lommeregneren.

Eleven kan sætte tal i stedet for variable i en simpel formel (Tal og algebra/Formler og variable).

I forbindelse med anvendelse af matematik indgår ofte formler. Det gælder fx i forbindelse med beregninger af areal, rumfang, renter og omskrivninger mellem enheder. Læreren må være opmærksom på, om eleven i løbet af 3. trinforløb bliver i stand til at anvende enkle formler. Beregningerne kan foregå med lommeregner. Det centrale er, om eleven kan indsætte relevante tal i stedet for variable i formlerne.

9 Ordforklaringer

Ordlister over centrale faglige begreber

Fagligt begreb	Forklaring
Begreb	Et matematisk begreb er en betegnelse for kendetegn, der er fælles for objekter, som hører ind under begrebet. Begrebet polygoner er fx en betegnelse for plane, lukkede figurer, der er sammensat af linjestykker. Trekanter, firkanter, femkanter, osv. er derfor objekter, som hører ind under begrebet polygon.
Færdigheds- og vidensområde	Et færdigheds- og vidensområde er et afgrænset fagområde, der angiver afgørende faglige elementer inden for kompetencemålene. Hvert kompetenceområde er inddelt i et antal færdigheds- og vidensområder.
Matematiske kompetencer	En person betragtes som matematisk kompetent, hvis han eller hun kan handle hensigtsmæssigt i komplekse situationer, der vedrører matematik. I Fælles Mål udgør følgende seks matematiske kompetencer et kompetenceområde: Problembehandling, modellering, ræsonnement og tankegang, repræsentation og symbolbehandling, kommunikation og hjælpemidler.
Metode	En metode forstås i denne sammenhæng som en systematisk fremgangsmåde, fx i forbindelse med optællinger, beregninger og flytninger. I matematikundervisning tilstræbes det generelt, at eleverne deltager i udviklingen af metoder for at opnå den bedste forståelse for disse.
Strategi	En strategi forstås i denne sammenhæng som en tilgang (fx til fx en beregning), der medtænker en hensigt eller et mål, fx i forbindelse med beregninger, problembehandling eller modellering. Strategi er et mere overordnet begreb end metode. Hvis man gerne vil være sikker på ikke at bruge flere penge på indkøb, end man har, kan det fx være en strategi at bruge en metode til overslagsregning, hvor man runder beløbene op.
Stofområder	I matematik omtales kompetenceområderne Tal og algebra, Geometri og måling samt Statistik og sandsynlighed som stofområder. Det faglige indhold i stofområderne består af begreber og metoder.

10 Referencer

Niss, M., og Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* (Vol. 18): Undervisningsministeriets forlag.

Matematik – Læseplan

2019

Design: BGRAPHIC

Denne publikation kan ikke bestilles.
Der henvises til webudgaven.

Publikationen kan hentes på:

www.emu.dk

Børne- og Undervisningsministeriet
Styrelsen for Undervisning og Kvalitet
Frederiksholms Kanal 26
1220 København K



BØRNE- OG
UNDERVISNINGSMINISTERIET

