

En del af det hele

Delforløbet "En del af det hele" indeholder fem aktiviteter, som gradvist udvider brøkbegrebet for eleverne – gennem deres egen praktiske og eksperimentelle virksomhed.

Vi udvikler brøkbegrebet som en progression fra brøker som en del af figurer til brøker knyttet til en del af et antal.

De fire første aktiviteter omhandler den geometriske repræsentation – den femte aktivitet omhandler antalsrepræsentation.

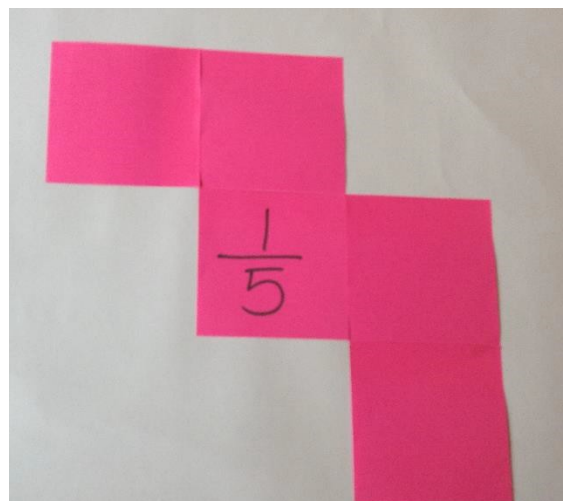


Foto: Bent Lindhardt

1. aktivitet "Del en kage" lægger op til, at eleverne undersøger, hvilke brøkdele der opstår, hvis man er 2, 4 eller 8 personer, der skal dele en kage ligeligt. Netop antallet 2, 4 og 8 gør det muligt at arbejde med simple halveringsprocedurer – som en første erfaring med delen af en helhed. Det indeholder både sproglige tilgange til at beskrive brøkdele og symbolbrugen for brøker. Det omfatter erkendelsen af, at brøkdeling er lige store dele og erfaringer med, at jo større nævneren er, desto mindre dele er der tale om.
2. aktivitet "En fjerdedel af hvad" omhandler erfaringer med, at en fjerdedel af noget er afhængig af helheden. Her indgår fjerdedeling af forskellige størrelser af pizzaer.
3. aktivitet "Find det hele" omhandler erfaringer med, at man ud fra kendskab til brøkdelen af en figur kan angive et muligt forslag til den hele figur.
4. aktivitet "Hvilken brøk er størst" omhandler brøker knyttet til en tallinje og muligheden for at sammenligne størrelsen af brøker via tallinjen.
5. aktivitet "Ligedeling af nødder" omhandler brøkdele repræsenteret ved et antal. En repræsentationsform hvor brøkdele og division har parallelle aspekter.

Del en kage

Anbefalet tid: 2 lektioner

Materialer: Sakse, lim, A3-papir.

Der hører et elevark med, som kan illudere en bradepandekage, et med lasagner og et med pizzaer.

Iscenesættelse

Aktiviteten introduceres ved at skabe en fortælling fra hverdagen – fx ved at nogen har bagt en rektangulær bradepandekage, som skal deles i lige store stykker. Der lægges op til, at eleverne undersøger, hvor store stykker der kommer, hvis man skal være 2, 4 eller 8 personer. Aktiviteten skal præsenteres, ikke forklares.

Vis evt. et eksempel på kager, som ikke er opdelt ligeligt, og spørg eleverne, om stykkerne er fjerdedele eller ej.

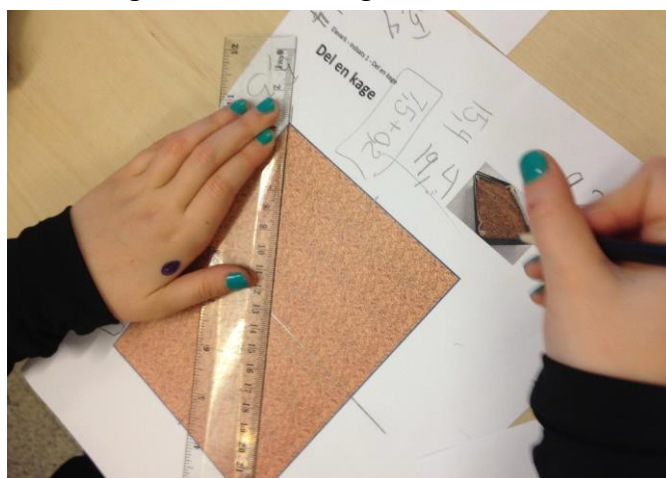


Foto: Hanne Due Bak

Aktivitet

Eleverne får udleveret tre A4-ark med den samme bradepandekagemodel. Se dog variationsmulighederne senere. Hver gruppe skal nu dele hver af de tre ark i henholdsvis 2, 4 og 8 lige store dele. Hver gruppe skal beskrive, hvor stor den udklippede del er i forhold til en hel kage. Det kan gøres med symboler eller med tekst som fx "en ud af fire".

Bemærk, at opdelingen ikke forventes som en målingsopgave, men som en "øjemålsopgave", hvor man bedst muligt skitserer kagen i lige store dele ud fra fx en halveringsstrategi.

Differentiering og variation

Her er et eksempel på en aktivitet, som kan virke banal for nogle elever, men som kan være passende for andre elever. Erfaringen og forskningen taler for, at elever, som påstår "at de har styr på det", viser sig at have en større skrøbelighed i deres forståelse end først antaget. De vil således også kunne profitere af denne øvelse, men mere som repetition.

En mere udfordrende opgave kan være forskellige måder at opdele kagen i fjerdedele. Man vil også kunne udvælge andre brøkdele som $1/5$ og $1/3$ eller måske endda $2/5$ og $2/3$.

Der er også mulighed for at udvælge andre kagefigurer, som de selv vælger. Eleverne skal selv skitsere kagen og forsøge at opdele den i fx fjerdedele. Heri kan indgå overvejelser om, hvorvidt de vil arbejde med en todimensionel "papirskitse" eller forsøge sig med en tredimensionel rumlig model, så man i sidste tilfælde både kan skære kagen vertikalt og horisontalt.

Opsamling og fællesgørelse

Her er det forventningen, at eleverne sprogligt kan beskrive fx "en ud af fire" eller ord som halve og kvarte. Ottendedele kan være uvant, men led eleverne hen mod en hensigtsmæssig sprogbrug.

Mulige spørgsmål:

- Kender I eksempler på, at man i hverdagen bruger halve og kvarte?
- Hvor mange måder kan man lave fjerdedele ud af en kage?
- Er der nogle kageformer, I finder det sværere at finde en fjerdedel af?

NY iscenesættelse og aktivitet

Historien fra før udvides til en opdeling af kagen i 3, 6 og 9 lige store dele. Når eleverne har gjort det, skal de lægge de forskellige brøkdele i rækkefølge efter størrelse.

Der kan opstå problemer med at sammenligne delene $1/8$ og $1/9$ – de kan se lige store ud. Lad evt. eleverne lægge dem oven på hinanden for at sammenligne.

Når alle har lagt kagestykkerne i rækkefølge, tages en klasses Diskussion om navngivning og symbolskrivning af brøkdelen. Her indføres standardnotationsform.

Grupperne fremstiller en A3-plakat, hvor der er et billede af bradepanden i hel størrelse.

Eleverne limer de forskellige kagestykker i rækkefølge og benævner brøkdelen.

Det er ikke umiddelbart centralt, at eleverne her i starten behøver at forholde sig til navnestof som "tæller", "nævner" og "brøkstreg". Det kan komme senere. Det kan dog være introduceret tidligere og dermed være naturligt at inddrage i samtalen med eleverne.

NY opsamling og fællesgørelse

Udvælg enkelte elevgruppers arbejde, som illustrerer forskellige sider af de centrale faglige pointer knyttet til aktiviteten og spørg fx ind til:

- Hvordan kan man dele en firkant op i fjerdedele?
- Hvorfor skal delene være lige store?
- Kan I nævne en brøk som er mindre end $1/4$?
- Kan I nævne en brøk, som er større end $1/2$?
- Hvordan kan jeg vide, at $1/7$ er større end $1/8$?

I dette kan indgå en undersøgelse af, hvor stor en brøkdel der er tilbage, hvis man har "udskåret" henholdsvis $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/6$, $1/8$ og $1/9$. Sammenhængen mellem nævnerens størrelse og brøkdelens størrelse.

En fjerdedel af hvad?

Anbefalet tid: 2 lektioner

Materialer: A3-papir, lim og saks.

Elevark med tre forskellige størrelser af pizzaer og lasagner.

Iscenesættelse

Der præsenteres en fortælling om deling af pizzaer. Ofte kan man få forskellige størrelser, som man kan referere til. Medbring evt. billeder: reklamer el. lign. fra den lokale pizzarestaurant.

Spørg ind til, hvad eleverne vil sige, hvis de får at vide, at de kan få "en fjerdedel af en pizza".

Der udleveres to elevark med illustrationer af tre forskellige størrelser af pizza og tre forskellige størrelser af lasagne.



Foto: Hanne Due Bak

Aktivitet

Eleverne klipper eller tegner fjerdedele af alle seks illustrationer og limer dem op på A3-papir, som har overskriften "1/4 af noget".

Bemærk, at det igen er en "øjemålsopgave" og ikke en målingsopgave, hvori der skal indgå beregninger. Indfør et rimelighedsbegreb, hvor eleverne bedst muligt skitserer brøkdelen i en balance mellem perfektionisme og sløsethed.

Hints

- Kan halvdelen af noget være det samme som en fjerdedel af noget andet?
- Kan nogen vise det med en skitse? (Brug gerne en rektangulær model)
- Kan en fjerdedel af noget være større end halvdelen af noget andet?
- Kan nogen vise det med en skitse? (Brug gerne en rektangulær model)
- Hvor stor en brøkdel er tilbage, når man fjerner en fjerdedel?

Differentiering og variation

Eleverne kan selv vælge figurer, som de laver fjerdedele af – som ved den tidligere aktivitet.

De kan tegne figurer, hvor halvdelen af den ene figur svarer til 1/4 af en anden figur.

De kan evt. forsøge at lave en fortløbende opdeling i fjerdedele altså en fjerdedel af en fjerdedel af en fjerdedel osv.

Opsamling og fællesgørelse

Lad eleverne forholde sig til spørgsmålet: "Hvor meget er en fjerdedel?" – og brug elevernes arbejde som samtalegrundlag.

Vær opmærksom på, at nogle elever kan have anvendt en "diagonalløsning", når de har klippet en fjerdedel af kvadratet/rektanglet, mens andre kan have valgt en halvering af sidelængderne. Indgå i en klassesdiskussion om, hvorvidt det er samme areal eller ej – hvad det er.

Guid eleverne via deres arbejde ind i erkendelser som vedrører:

- Er $1/4$ af en figur altid det samme som $1/4$ af en anden figur?
- Giv et eksempel på det.
- Kan $1/4$ af en figur nogle gange give det samme som $1/4$ af en anden figur?
- Giv et eksempel på det.
- Kan $1/2$ af en figur være det samme som $1/4$ af en anden figur? Giv et eksempel.

Find det hele

Anbefalet tid: 2 lektioner

Materialer: Kvadratisk notatpapir – fx post-its

Iscenesættelse

Fremstil en historie, hvor fx Viktor er til fødselsdagsfest sammen med fx fem andre børn. Han får et stykke kage og får så at vide, at det svarer til $\frac{1}{6}$ af hele kagen. I skal nu finde ud af, hvor stor kagen var. Overlad det til eleverne at arbejde med forskellige muligheder.

Hver gruppe får udleveret en blok med post-its, hvor hver post-it repræsenterer den beskrevne sjettedel af en kage.

Aktivitet

Eleverne skal nu undersøge forskellige mulige udformninger af den hele kage. De kan tage fotos af de forskellige løsninger og lægge ud til fællesgørelse.

Differentiering og variation

Aktiviteten kan udvides med andre stambrøker eller med andre størrelser af " $\frac{1}{6}$ ".

Man kan udvide opgaven ved at inddrage IT med et program om Geoboard – se linket <https://www.mathlearningcenter.org/web-apps/geoboard/>. Eleverne kan her selv eksperimentere med forskellige figurer, som alle er $\frac{1}{6}$, og så finde den hele figur.

Man kan evt. udfordre nogle af eleverne ved at spørge til, hvis kvadratet er $\frac{2}{6}$ eller $\frac{3}{6}$, hvordan så hele figuren vil se ud. Eller hvad med $\frac{2}{3}$?



Foto: Bent Lindhardt

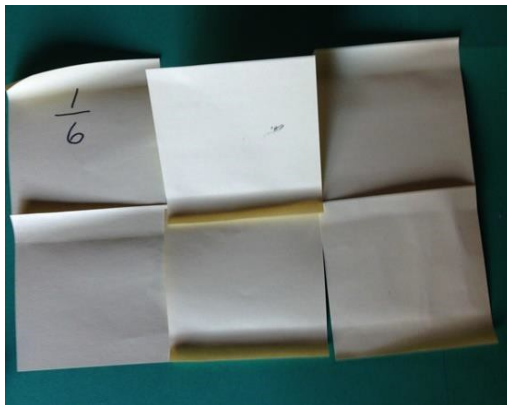


Foto: Bent Lindhardt

Opsamling og fællesgørelse

Klassen formulerer i fællesskab en metode til at finde det hele. Der fokuseres på opsamling på de faglige pointer fx ved at spørge til:

- Ved man, hvordan en figur ser ud, hvis man kun kender en del af figuren?
- Hvordan finder man hele figuren, når man kender fx $1/4$ af den?
- Her har jeg en figur, som er $1/8$ af en anden figur. Hvordan vil I finde ud af, hvordan hele figuren ser ud?

Hvilken brøk er størst?

Anbefalet tid: 2-4 lektioner

Materialer: Papirstrimler på 30 cm x ca. 2 cm eller anvend indkøbte stjernestrimler (ca. 10 strimler pr. tommandsgruppe), lim og saks, farvet A3-ark.



Foto: Hanne Due Bak

Iscenesættelse

Lad eleverne overveje, hvilken brøkdelen er størst: $\frac{3}{4}$ eller $\frac{2}{3}$?

Tag en genstand med, hvor man viser en opdeling i henholdsvis fjerdedele og tredjedele. Find sammen med eleverne henholdsvis $\frac{3}{4}$ og $\frac{2}{3}$ på denne genstand.

Appeller til, at man kan bruge fremgangsmåder som halvering eller tredeling gennem foldning fremfor ved brug af måling og efterfølgende beregning. Kan genstanden ikke foldes, kan man have en strimmel eller en snor eller og foretage opdeling.

Gør det samme med en anden genstand, som er kortere eller længere.

Aktivitet

Aktiviteten kan kategoriseres til at være en Produkt-aktivitet – se plakaten.

Uddel papirstrimlerne samt lim og saks til eleverne. Strimlerne har en hensigtsmæssig længde på 30 cm, så man enkelt kan både beregne og folde dem til brøkdelen. Der skal bruges seks strimler til hver gruppe, som skal opdeles i henholdsvis hele, halve, tredjedele osv. op til sjettedele. Opdeling i tredjedele kan være lidt vanskelig at folde, så her vil en længde på 30 cm, som resulterer i tredjedele på 10 cm, være en mulighed at bruge. Det samme gør sig gældende med femte- og sjettedele. Lad eleverne selv se det og bruge det, men hjælp dem, hvis det bliver for kompliceret.

Giv anvisninger på, at strimlerne skal placeres hensigtsmæssigt, så der er passende afstand mellem strimlerne, og så de ligger på linje med hinanden. Brug farvet A3-ark. Når eleverne har limet strimlerne på plads, kan man evt. lade arket laminere. Man kan også lade eleverne frit klæbe op på udvalgt papir. Der skal skrives brøknævne på brøkdelenene.

Det kan indgå i overvejelserne, om brøkstrimlerne skal udvides med syvende og - tiendedele – fx hvis det foregår i en femte klasse.

Lav opgaver eller lad eleverne lave opgaver, hvor man sammenligner størrelsen på to brøker. Vurdér, om opgaven skal løses ved at bruge brøkstrimlerne, eller om man kan finde svaret uden brug af brøkstrimlerne. Udform evt. en række brøkkort, som ligger i to bunker – eleverne skal så trække fra hver bunke og finde de to brøker på brøkstrimlerne for at afgøre, hvilken der er størst.

Opsamling og fællesgørelse

Eleverne præsenterer deres konklusioner på, hvornår sammenligningen af brøkers størrelse kan klares uden brøkstrimler, og hvornår det er bedst at bruge brøkstrimlerne.

Bed fx eleverne om at overveje, hvorfor det er nemt at vide, at $1/2$ er større end $1/3$. Et lignende spørgsmål kan stilles om $2/4$ og $3/4$.

Lad efterfølgende eleverne konstatere, at det ikke er helt så nemt at afgøre, om $4/5$ eller $5/6$ er størst – her kan brøkstrimlerne hjælpe med til afgørelsen.

Kom ind på, at brøktallene har deres egen plads på tallinjen, som ikke ændrer sig. Vis evt. en "dynamisk tallinje" ved at inddele en bukseelastik i fx fjerdedele, og se, at markeringerne ligger det samme sted, selv som man strækker tallinjen.

Kom ind på, at det samme sted kan have flere brøknævne – gå på opdagelse i brøkstrimlerne.

Mulige spørgsmål:

- Er der nogle brøker, der er det samme som $1/3$?
- Hvilket tal er størst; $3/6$ eller $5/9$?
- Kan I finde andre brøknævne for $1/2$? Hvordan fandt I det?
- Kan I finde andre navne for $2/3$? Hvordan fandt I det?

Uddybende aktivitet

Lad eleverne anvende deres overvejelser og deres brøkkark til at placere brøktal på en tallinje.

Lad eleverne fremstille en stor tallinje på 6 m, som skal inddeles i de brøkdele, som er på brøkarket.

Det kan foregå udenfor, hvor eleverne tegner en 6 m lang tallinje fra 0 til 1, der opdeles i halve, tredjedele, fjerdedele, femtedele og sjattedele – og hvor punktet på tallinjen angives sammen med det tilhørende brøknavn.

Det kan gøres indendørs ved at bruge malertape, som danner en 6 m lang strimmel, som opdeles som angivet tidligere. Her kan det være post-its eller papirlapper med brøknævne, som er placeret ud for punkterne på tallinjen.

Ligedeling af nødder

Anbefalet tid: 2 lektioner

Materialer: Nødder eller brikker som centicubes

Iscenesættelse

Det centrale i denne aktivitet er at forholde sig til brøkdele af et antal – altså en mængde af endelig antal elementer i dette tilfælde en pose nødder. Denne side af brøkbegrebet har klare relationer til division. En $\frac{1}{3}$ af noget kan paralleliseres med division med divisoren 3.

Medbring en pose nødder, og del den op på forskellig vis. Tag udgangspunkt i 16 nødder.

Spørg ind til, hvor mange nødder man får, hvis man skal have $\frac{1}{2}$ af nødderne, $\frac{1}{4}$ af nødderne, $\frac{1}{8}$ af nødderne osv. Det er bevidst kun at se på stambrøker indledningsvist.

Det kan udvides med andre antal.

Aktivitet

Eleverne tager en håndfuld nødder eller brikker og forsøger at frembringe brøkdele ud af dem. De kan fx undersøge, om man kan lave halve, tredjedele, fjerdedele, femtedele eller andre brøker af det antal, de har taget. Får de taget et antal nødder, som svarer til primtallene fx 13, vil de se, at man kun kan lave 13'te dele. Anderledes gør det sig gældende for sammensatte tal som 24, der har mange divisorer.

Differentiering og variation

Eleverne kan fortsætte med at bestemme brøkdele af et antal med en større tæller end 1 – fx ved at bestemme $\frac{2}{3}$ af et antal ud fra kendskabet til $\frac{1}{3}$.

Lad eleverne prøve forskellige antal, som de selv finder – fx $\frac{3}{4}$ af og $\frac{2}{3}$ af. Man kan differentiere i sværhedsgrad.

Supplér med at lade eleverne bestemme det samlede antal, hvis de kender brøkdelen – fx at fem nødder svarer til $\frac{1}{3}$ af alle nødder. Det kan også varieres i sværhedsgrad – se tidligere.

Opsamling/fællesgørelse

Eleverne fremlægger de metoder, de har anvendt til at bestemme brøkdelen af et givet antal "nødder". Heri indgår en forklaring på, at den virker. Indgå i en diskussion på klassebasis, hvor man sammenligner de forskellige fremlagte metoder.

Har man gennemført aktiviteten med Rektangeltal, kan man referere til den.

Mulige spørgsmål:

- Er der nogle af metoderne, der ligner hinanden?
- Er der nogle, som I synes er smartere end andre?