Vækstfunktioner

# Startopgave - Repetition af lineære og eksponentielle funktioner og betydning af a og b værdier.

**Formål:** At kunne se forskellen på **Lineære funktioner y=ax+b og eksponentielle funktioner y=b∙ax.** At kunne se **vigtigheden i at bestemme den bedste model**. At værekritisk i forhold den valgte model. At kunne se hvilke konsekvenser der kan have, hvis der vælges en forkert model.

En kendt dansk virksomhed har holdt øje med omsætningen og årets resultat de seneste 5 regnskabsår.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Årstal** | **2015** | **2016** | **2017** | **2018** | **2019** |
| **År der er gået** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| **Omsætning I mio kroner** | 2893 | 2772 | 2847 | 2921 | 3049 |
| **Årets resultat** | 161 | 200 | 235 | 352 | 562 |

I koordinatsystemet har økonomieleven indtegnet årets resultat i et *xy*-plot. Som du nok kan se er årets resultat stigende, dog med et højere niveau i 2015.



1. Hvilken af modellerne, mener du, ligger tættest på punkterne? (har den bedste forklaring)
2. Prøv at give en prognose for årets resultat i år 2025 i mio. kr.
3. Prøv at give et bud på, hvor lang tid der går, før virksomheden har fordoblet deres resultat.
4. Forklar, hvordan du udarbejdede prognosen og bestemte fordoblingstiden.

**Den grønne graf har følgende funktionsforskrift: y=147,49∙1,36x**

**Den røde graf har følgende funktionsforskrift: y=95,4x+111,2**

1. Forklar med dine egne ord hvad funktionsforskrifterne betyder for virksomheden, med andre ord forklar hvad a og b værdierne i de to forskellige funktionstyper betyder for virksomheden.

Regression - tendenslinjer

# Startopgave - find en udviklingsmodel, lineær eller eksponentiel funktion

**Formål:** At kunne bestemme en funktionsforskrift ud fra regressionsanalyse i GeoGebra**.** At kunne bestemme den bedste model ud fra R2-værdien. At kunne se vigtigheden i at bestemme den bedste model (regression/tendenslinjer).

Ovenover ser du 236 punkter. Punkterne er indekstal for detailsalget i supermarkeder fra januar 2008 og frem til april 2019. x-aksen er tid i måneder. Første måned 0 angiver januar 2008. y-aksen er indekstal, hvor januar 2008 er basisåret. Der ses en spredning i detailsalget, idet vi forventer at december måned generelt skaber højere omsætning end resten af året. Når der skal bestemmes tendenslinjer, så svarer det til at vi skal kunne se en udviklingstendens. I matematikken kaldes det regression.

Du skal kunne skelne mellem to forskellige vækstmodeller (funktionstyper): 1)lineær udvikling og 2)procentvis udvikling.

Anvendeligheden af en model afhænger af to forskellige forhold 1) antal af data (i dette tilfælde 236 data=rigtig mange) og 2)R2-værdien. Gyldigheden vurderes i forhold til datamaterialets størrelse. I dette tilfælde høj grad af gyldighed. Dermed siges at materialet har en høj **validitet**.

R2-værdien kan oversættes til pålidelighed og kan kaldes en forklaringsgrad. R2-værdien kan højst være 1,00 svarende til 100%, man taler om at 0,95 (95%) er en acceptabel R2-værdi. Dermed siges udviklingstendensen har en høj **reliabilitet**.

R2-værdien kaldes i matematiksprog determinationskoefficient, men kald den gerne forklaringsgraden.

En note til R2-Værdien

R2 kaldes determinationskoefficienten, men det vil være helt fint at kalde den forklaringsgraden. Den giver en forklaring på hvilken model der er bedst at anvende fordi den fortælle hvor tæt den fundne udviklingsmodel ligger på de faktiske punkter.

R2 er beregnet som et decimaltal. Decimaltallet kan passende oversættes til procent (sandsynligheden for).

Hvis R2 = 1,00, vil det betyde, at regressionsmodellen 100% gennemgår alle punkter fra datasættet.

Hvis R2 = 0,99, vil det betyde, at regressionsmodellen med 99% nøjagtighed gennemgår alle punkter

Hvis R2 = 0,50, vil det betyde, at regressionsmodellen med 50% nøjagtighed gennemgår alle punkter

Ved en **lineær udviklingsmodel** (lineær funktion) ligger punkterne, så de kan være tilpasset en ret linje, vi taler om **konstant** vækst (vækst kan både være positiv og negativ). Såfremt mønstret i datapunkterne har den højeste R2-værdi vil det være den udviklingsmodel der skal vælges. Efterfølgende skal der gives forklaring på om der er tale om en stigende eller aftagende vækst.

Ved en **eksponentiel udviklingsmodel** (eksponentiel funktion - i GeoGebra **”VÆKST”)** vil punkterne følge en kurve, der er tale om en **procentvis** vækst. Såfremt mønstret i datapunkterne har den højeste R2-værdi vil det være den udviklingsmodel der skal vælges. Efterfølgende skal der gives forklaring på om der er tale om en stigende eller aftagende vækst.



**Nu skal du til at arbejde med værktøjet GeoGebra….**

En kendt dansk virksomhed vil gerne udarbejde en prognose for deres omsætning og årets resultat, set med udgangspunkt i de seneste 5 regnskabsår.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Årstal** | **2015** | **2016** | **2017** | **2018** | **2019** |
| **År der er gået** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| **Omsætning I mio kroner** | 2893 | 2772 | 2847 | 2921 | 3049 |
| **Årets resultat** | 161 | 200 | 235 | 352 | 562 |

1. Åbn GeoGebra (ALLE), find ”regnearket” under vis og indtast følgende tabel (kan kopieres ind): 



**Regnearket I GeoGebra fungerer ligesom Excel**



2. Marker først 2 af punkterne, start med årets resultat. Markering kan ske når CTRL-tasten holdes nede, Mac er det CMD



3. Klik på diagrammet variabler, og vælg regressionsanalyse. Klik på analyser.

4. Tjek at x’er er 0,1,2 osv. Er de tal der står forrest, ellers klik på



**Her ses, at vi er nødt til at skifte x om med y - GeoGebra har fanget den forkerte x. x-aksen skal altid være tid der er gået. Basisåret eller der hvor vores data starter vil altid være tidspunkt 0. Der er ikke gået noget tid. x=0**

5. Vælg regressionsmodel, lineær, skriv funktionsforskriften ned. Oversæt det til hverdagssprog

6. Så skal du vælge statistik

7. Noter R2-værdien - lav gerne en tabel, så du har styr på dine modeller

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Emne** | **Antal punkter** | **Funktions-type** | **Funktionsforskrift** | **R2-værdi** |
| Årets resultat | 2 | Lineær |  |  |
| Årets resultat | 2 | Eksponentiel |  |  |
| Årets resultat | Alle | Lineær |  |  |
| Årets resultat | Alle | Eksponentiel |  |  |
| Omsætning | Alle | Lineær |  |  |
| Omsætning | Alle | Eksponentiel |  |  |

8. Indsæt regressionsmodellerne i koordinatsystemet, ved at tilføje, klik på

9. Luk ned og forsøg nu med en anden regressionsmodel, VÆKST, skriv funktionen ned. Oversæt det til hverdagssprog.

10. Noter R2-værdien

11. Begrund hvilken regressionsmodel der er bedst.

12. Har antallet af data (punkter) noget med R2-værdien at gøre?

13. Gentag forsøget, men nu med alle punkter.

14. Gør rede for de forskellige regressionsmodeller (lineær og vækst), oversæt funktionsforskrifterne til hverdagssprog.

15. Begrund hvilken regressionsmodel der er den bedste.

16. Kunne vi beregne en funktionsforskrift ud fra 2 punkter? Hvilken er bedst at anvende?

17. Gentag nu regressionen med omsætning - dog ikke med 2 punkter, men med alle.

18. Giv en PROGNOSE for virksomhedens omsætning og årets resultat i 2030

19. Overvej hvad en virksomhed kan anvende en regressionsmodel til, som har en forklaringsgrad på 50%.

20. Præsenter din grafiske prognose. Tilføj en passende overskrift + en brødtekst på 20 ord til den danske virksomheds fremtidsudsigter, det er CEO, som er modtager (målgruppe).