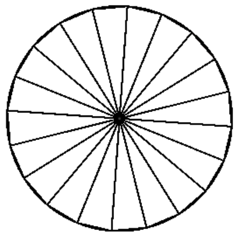
Cirklens areal

Cirklens areal
Vi starter med at se på sammenhængen mellem cirklens omkreds og cirklens areal.
I kender formlerne

$$O = 2\pi r$$

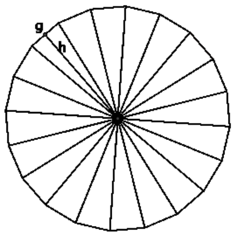
og

$$A = \pi r^2$$



for cirklens omkreds og areal.
En måde at **bevise** arealformlen på er ved at benytte formlen for omkredsen $O = 2\pi r$. (Der findes flere beviser for formlen for omkreds på nettet. Her antager vi, at den gælder!)
STOP OP OG FORKLAR

For at finde arealet af en cirkel starter man med at dele cirklen op i mange små trekanter.
På figuren kan man se trekanterne. En af dem har højden *h* og grundlinjen *g*.
Den får derfor arealet $\frac{1}{2}h \cdot g$.
STOP OP OG FORKLAR



En tilnærmet værdi at cirklens areal findes så ved at lægge arealet af de mange små trekanter sammen. Forklar, hvorfor det ikke er det helt rigtige areal man får.
STOP OP OG FORKLAR

Hvis man inddeler cirklen i "uendelig" mange små trekanter, bliver alle trekanternes højder lig med radius i cirklen. Cirklens areal kan derfor beregnes ved at lægge alle (og der er uendelig mange af dem ☺) trekanternes arealer sammen, dvs. ved at lave udregningen

$$A = \frac{1}{2}r \cdot g_1 + \frac{1}{2}r \cdot g_2 + \frac{1}{2}r \cdot g_3 + \cdots$$

hvor g_1, g_2, g_3... betegner grundlinjerne i de forskellige trekanter.
STOP OP OG FORKLAR

Alle leddene har $\frac{1}{2}r$ som faktor, og derfor kan man sætte $\frac{1}{2}r$ uden for en parentes

$$A = \frac{1}{2}r \cdot (g_1 + g_2 + g_3 + \cdots)$$

Når trekanterne er "uendelig" små, er summen af alle grundlinjernes længder lig med cirklens omkreds, O.
Der må derfor gælde, at

$$A = \frac{1}{2}r \cdot O$$

STOP OP OG FORKLAR

Tjek, at man får den rigtige formel for arealet af en cirkel, når man benytter $A = \frac{1}{2}r \cdot O$ ved at indsætte udtrykket for omkredsen $O = 2\pi r$ i ovenstående arealformel.
STOP OP OG FORKLAR