Rekursiv udvikling, der bliver til et fast tal

I denne øvelse skal I undersøge en rekursiv fremskrivning, der er lidt anderledes end dem, vi tidligere har mødt. Man starter med at vælge et positivt tal a.

Med udgangspunkt i tallet a defineres en følge af (decimal)tal ved

$$K(1) = 3$$

$$K(2) = \frac{K(1) + \frac{a}{K(1)}}{2}$$

$$K(3) = \frac{K(2) + \frac{a}{K(2)}}{2}$$

o.s.v.

Eksempel: Lad $a = 27$, så bliver de første udregninger af talfølgen $K(1)$, $K(2)$, $K(3)$ …

$$K(1) = 3$$

$$K(2) = \frac{K(1) + \frac{a}{K(1)}}{2} = \frac{3 + \frac{27}{3}}{2} = \frac{3+9}{2} = 6$$

$$K(3) = \frac{K(2) + \frac{a}{K(2)}}{2} = \frac{6 + \frac{27}{6}}{2} = \frac{6+4{,}5}{2} = 5{,}25$$

Prøv selv at opskrive rekursionen med symboler: hvordan udregner man led nummer $n + 1$ fra det n'te led?

I skal selvfølgelig ikke regne tallene i følgen ud pr. håndkraft, men derimod opbygge et regneark (helst i Geogebra 5.0), som kan lave beregningerne for jer.

1) Når I har lavet regnearket, vil I opdage at talfølgen ret hurtigt bliver konstant (hvis man bruger fx 6 decimalers nøjagtighed)
   Prøv at lave udregninger for forskellige værdier af a. (Man bør have tallet a stående for sig selv, så det er nemt at ændre. Værdien af a kunne stå i en celle i regnearket, i algebravinduet eller, hvis det skal være helt vildt, kunne man lave en skyder i Geogebra!)
   Hvad er det for et tal man regner ud? Hvad har det at gøre med værdien af tallet a?

2) Det første tal i følgen blev tidligere sat til at være 3.
   Hvad sker der hvis man ændrer værdien til et andet tal?
   Hvad sker der hvis man lader $K(1)$ være negativ?