

Lærerens hæfte

Matematik A hhx.

Råd og vink til arbejdet med nye opgavetyper i Matematik A, hhx

Oktober 2019.

## **Indholdsfortegnelse**

<b>Forord til Lærerens hæfte</b>	<b>3</b>
<b>Den skriftlige prøve</b>	<b>4</b>
<b>Mindstekravsopgaver</b>	<b>6</b>
<b>Anvendelse af hjælpemidler</b>	<b>9</b>

## Forord til Lærerens hæfte

Dette hæfte er en lærervejledning til arbejdet med de nye opgavetyper i matematik A på hhx. Hæftet indeholder korte forklaringer af opgavetyperne og skal bidrage til forståelsen af det nye opgaveformat. Der bliver udsendt to vejledende prøvesæt, som kommer til at ligge på Materialeplatformen.

Tilsammen skal de to sæt afspejle de ændringer i prøveform og fagligt indhold, der fremgår af 2017 læreplanerne.

Med venlig hilsen

Laila Madsen, fagkonsulent

[laila.madsen@stukuvm.dk](mailto:laila.madsen@stukuvm.dk)

# Den skriftlige prøve

I 2016 nedsatte undervisningsministeren en matematikkommission, der havde som opgave at komme med forslag til en revision af faget. Matematikkommissionens rapport blev offentliggjort i januar 2017 og blandt de forslag kommissionen kom med var der fokus på øget robusthed i elevernes omgang med faget og træning i basale færdigheder, der skal være en formelsamling til delprøve 1 (denne ligger på ministeriets hjemmeside under læreplaner <https://www.uvm.dk/gymnasiale-uddannelser/fag-og-laereplaner/laereplaner-2017/hhx-laereplaner-2017>), opgaverne skal være mere varierede og brug af CAS skal være en kapacitetsudvidelse frem for at trivialisere elevernes omgang med matematik, det matematiske ræsonnement skal spille en større rolle, der skal være mindstekravsopgaver og eleverne skal lære at læse matematiske tekster.

## Forberedelsesmaterialet

Forberedelsesmaterialet indeholder teori, eksempler og øvelser i tilknytning til et emne, der ligger umiddelbart i forlængelse af et kernestofemne. Det udleveres ca. 3 uger inden afslutningen af tredje år og der skal afsættes 6 timer af holdets sædvanlige uddannelsestid til, at eleverne kan arbejde med materialet forud for den skriftlige og mundtlige prøve.

Ved delprøve 2 vil nogle af spørgsmålene tage udgangspunkt i forberedelsesmaterialet. Til de to vejledende sæt er der lavet et forberedelsesmateriale omkring *Optimering af funktioner i to variable*. Dette materiale ligger på Materialeplatformen.

I den periode, hvor eleverne arbejder med forberedelsesmaterialet, fungerer læreren som *vejleder*. Det betyder at man *ikke underviser*, heller ikke selvom det er fristende at tage en problemstilling, som mange elever har svært ved, op på tavlen og gennemgå i fællesskab. Problemet med en sådan gennemgang er, at den ikke er tilegnet den enkelte elev, og at eleverne derfor ikke har mulighed for at sige fra, når de selv kan komme videre på egen hånd.

## Delprøve 1

Til denne prøve må der kun anvendes ”papir&blyant” samt den centralt udmeldte formelsamling hørende til matematik A hhx. Denne ligger på ministeriets hjemmeside under læreplaner. Denne delprøve varer højst en time. Når eleven har afleveret sin besvarelse må eleven tage hjælpemidler frem til delprøve 2.

Delprøve 1 vil indeholde opgaver som hidtil, men der vil samtidig også være opgaver i basale færdigheder og opgaver som kræver brug af formelsamlingen. Yderligere kan der være en opgave i faglig skrivning, fx (se andet vejledende sæt):

*Skriv en sammenhængende tekst på maksimalt ½ side om ligninger. Inddrag flest mulige faglige begreber.*

(Under mindstekravsopgaver ses en besvarelse på dette spørgsmål).

At en opgavetype eller et fagligt emne *ikke* berøres i delprøve 1 i et af de to vejledende sæt betyder *ikke*, at den/det ikke længere er relevant eller kan forekomme på et senere tidspunkt.

## Delprøve 2

Delprøve 2 vil indeholde opgaver som hidtil, men der vil samtidig være fokus på mere varierede opgavetyper og opgaver der kræver forklaring, fx ønskes der i vejledende sæt 2 en forklaring på, hvorledes man beregner den forventede værdi i en given celle.

Derudover vil der være spørgsmål i forberedelsesmaterialet.

Der kan også være opgaver i det nye emne multipel lineær regression, hvilket var tilfældet i vejledende sæt 1.

Opgaverne i Multipel Lineær Regression minder om de opgaver der tidligere blev stillet i emnet statistik og regression. Forstået på den måde, at selve konstruktion af modellen er en værktøjsopgave (Black Box). Eleven skal kunne fjerne ikke-signifikante variable og udføre modelkontrol i form af residualplot.

I lighed med gamle opgaver i regression er et vigtigt fokus i disse opgaver at kunne tolke parametrene i modellen i konteksten samt kunne anvende modellen på et konkret tilfælde.

Der vil ikke længere være valgfrie opgaver.

At en opgavetype eller et fagligt emne *ikke* berøres i delprøve 2 i et af de to vejledende sæt betyder *ikke*, at den/det ikke længere er relevant eller kan forekomme på et senere tidspunkt.

Der vil i delprøve 1 og delprøve 2 være mindstekravsopgaver. Disse er markeret med grøn (en grøn pil).

At en opgavetype eller et fagligt emne *ikke* berøres i et af de to vejledende sæt betyder *ikke*, at den/det ikke længere er relevant eller kan forekomme på et senere tidspunkt.

## Mindstekravsopgaver

Med læreplanen i matematik A fra 2017 blev begrebet *mindstekravsopgaver* indført. Mindstekrav blev introduceret i matematikkommissionens rapport fra 2016 som et middel til at beskrive, hvad der skal til for at bestå. Med mindstekravsopgaverne bliver der peget på en vej, som kan føre til beståelse – hvis langt størstedelen af mindstekravsopgaverne er besvaret korrekt, vil eleven bestå den skriftlige eksamen i matematik A. Der findes dog andre veje, så man kan ikke omvendt sige, at hvis mindstekravsopgaverne *ikke* er lavet, vil eleven *ikke* bestå.

Mindstekravene knytter sig til de mest enkle og lettest forståelige dele af kernestoffet, som en elev forventes at kunne begå sig inden for. Mindstekravene retter sig dermed mod de grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer med og uden matematiske værktøjsprogrammer, som en elev som minimum skal kunne mestre inden for et givet felt, når eleven har gennemført og bestået matematik på det aktuelle niveau.

Mindstekravene kæder viden og begrebsforståelse sammen med færdigheder og kompetencer i relation til simpelt ræsonnement, modellering og problemløsning. Idet kravene til brug af matematiske værktøjsprogrammer bygger på forståelse og fortolkning af såvel input som output både grafisk og symbolsk, dækker mindstekrav derfor også over basal brug af de muligheder, som matematiske værktøjsprogrammer tilbyder.

Mindstekrav må ikke forveksles med beherskelse af basale algebraiske færdigheder alene. Beherskelse af basale algebraiske færdigheder uden matematiske værktøjsprogrammer udgør en mindre del af mindstekravene.

Til mindstekravene hører, at eleverne kan identificere kernen i et simpelt matematisk problem, og de kan gå til problemet med en rimelig struktureret tankegang, som de er i stand til at redegøre for. Som en del af mindstekravene skal eleven også besidde en vis robusthed, dvs. faglig fortrolighed med og selvstændighed i udvælgelse og anvendelse af metoder i en bestemt type problemløsning med og uden brug af matematiske værktøjsprogrammer.

Opgaver, der afprøver, hvorvidt en elev mestrer mindstekravene, kan trænes og har karakter af typeopgaver, dvs. opgaver, der er forbundet med (en vis grad af) genkendelse, for den elev, der aktivt har deltaget i undervisningen. De kan laves uafhængigt af sættets øvrige opgaver, og de bygger på enkle ræsonnementer, som ofte kan laves i et enkelt trin. Kun i nogle tilfælde vil det kræve at eleven sammensætter flere ræsonnementer indenfor den samme mindstekravsopgave.

Når en opgave omfatter et element af anvendelsesorientering, så beskrives problemstillingen i en kort og letforståelig tekst. Tilsvarende er symbolbrugen i 'nøgne' matematikopgaver letforståelig. Opgaverne fokuserer dels på beregninger og dels på (en ofte instrumentel) forståelse.

Det er opgavekommissionen, der sammen med fagkonsulenten udpeger sættets mindstekravsopgaver på A-niveau. Disse opgaver er markeret med grønt (en grøn pil).

Overordnet fokuserer mindstekravsopgaverne som udgangspunkt på følgende kategorier af færdigheder og kompetencer, som optræder inden et eller flere kernestofemner: Hvor ikke andet er nævnt, kan opgaver stilles i såvel 1. som 2. delprøve. Bemærk, at listen ikke er udtømmende.

### Begreber og symboler:

- Kende begrebsbetegnelser (ord og symboler) og deres betydning
- Indføre symbolske betegnelser
- Forbinde forskellige repræsentationsformer fx symbol og figur.

Eksempler:

Kende begrebsbetegnelser som centrum  $(a,b)$  og radius  $r$  i cirkel  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

Stamfunktion,  $\int_a^b f(x)dx$  og gennemsnit  $\bar{x}$

”Skriv en sammenhængende tekst på maksimalt  $\frac{1}{2}$  side om ligninger. Inddrag flest mulige faglige begreber.” (Opgave 6 fra det andet vejledende sæt)

*Løsning af denne opgave på mindstekravniveau:*

*En ligning indeholder et lighedstegn og en ubekendt, fx  $2x + 4 = 10$*

*At løse ligningen vil sige, at man skal bestemme  $x$  så  $2x + 4 = 10$  bliver sandt*

*I dette eksempel er løsningen  $x = 3$  fordi  $2 \cdot 3 + 4 = 10$*

*Der findes mange forskellige typer af ligninger, fx andengradsligninger. Her bruger jeg*

*følgende formel, når jeg skal løse en andengradsligning  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$*

### Beregninger og manipulationer:

- Foretage beregninger med tal (addition, subtraktion, multiplikation og division)
- Benytte kvadratsætninger, potensregnearter og logaritmeregler anført i formelsamlingen
- Gange ind i parentes og sætte udenfor parentes.

### Formler og funktioner:

- Indsætte konkrete værdier i formler og forskrifter, beregne resultatet og kunne tilskrive dette resultat en betydning
- Aflæse indgående størrelser/symboler, der forekommer i formler og forskrifter, og tilskrive disse betydning. Denne betydning kan være såvel matematisk som i en omverdenskontekst.

Eksempler

Beregn  $f(4)$ , når  $f(x) = x^2 - 3x - 2$ ,

Angiv at i cirklen med ligningen  $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$  ligger centrum i  $(4, -1)$  og radius er 3.

### Ligningsløsning:

- Afgøre om et anført resultat (værdi, udtryk, funktion) er en løsning til en ligning
- Algebraisk løsning af første- og andengradsligninger (1. delprøve)
- Generel ligningsløsning (kun 2. delprøve).

Eksempler:

Indsætte et koordinatsæt i en cirkel og afgøre om punktet ligger indenfor, på eller udenfor cirklen.

Indsætte en funktion i en differentialligning og afgøre om den er en løsning.

### **Operationer på funktioner**

- Differentiere polynomier og anvende formelsamlingen til differentiation af funktioner (1. delprøve)
- Generel differentiation af funktion (kun 2. delprøve)
- Bestemme stamfunktioner og arealbestemmelse.

#### Eksempler

Bestemme linjeelement svarende til en differentialligning.

Bestemme stamfunktionen for  $f(x) = 3x^2 - 4$  der går igennem punktet (1, 1).

Bestemme arealet under grafen for funktionen  $f(x) = 3x^2 - 4$  i intervallet  $[0; 2]$ .

### **Grafer og figurer:**

- Skitser grafer for funktioner ud fra angivne krav/egenskaber
- Tegne grafer for funktioner, herunder hensigtsmæssigt valg af grafvindue (2. delprøve)
- Aflæse på givne grafer
- Skitsere løsningskurve for differentialligning ud fra linjeelementer

### **Tabeller:**

- Konstruere tabel
- Aflæse data fra tabel
- Opskrive (importere) data i tabel
- Indtegne data fra tabel.

### **Kommandoer i statistiske værktøjsprogrammer (2. delprøve):**

- Anvende regression til bestemmelse af funktionsforskrift (matematisk modellering)
- Anvende it-programmel til udførelse af behandling af datamateriale

#### Eksempler

Anvende lineær og eksponentiel regression

Bestemme middelværdi, standardafvigelse og deskriptorer for et datamateriale

Udføre chi-i-anden test

Lave grafiske præsentationer ud fra data.



## Anvendelse af hjælpemidler

Som udgangspunkt er alle hjælpemidler bortset fra kommunikation med omgivelserne tilladt under såvel forberedelse som eksamination.

Regler vedrørende eksaminandernes brug af internettet for at tilgå tilladte hjælpemidler ved prøverne fremgår af § 6 i ”Bekendtgørelse om visse regler om prøver og eksamen i de gymnasiale uddannelser”.

I vejledningen til denne bekendtgørelse (<https://www.uvm.dk/gymnasiale-uddannelser/proever-og-eksamen/regler-og-orienteringer>) er der givet eksempler på, hvilke hjælpemidler der må, og hvilke der ikke må tilgås via internettet.

Som skrevet i indledningen skal brug af CAS være en kapacitetsudvidelse frem for at trivialisere elevernes omgang med matematik. Delpøve 2 kræver at eleverne råder over et CAS-værktøj. Det betyder, at elevens besvarelse skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.