



Rumlige figurer på htx

Cylinder, prisme, pyramide, kegle og kugle

I dette materiale beskrives et undervisningsforløb om emnet rumlige figurer, hvor eleverne arbejder selvstændigt med at udvikle formler for rumfang og overfladearealer af ovenstående figurer. Ved at sammenkæde konkrete repræsentationer af forskellige rumlige figurer med de symbolske udtryk, styrkes elevernes symbol- og formalismekompetence der anvendes ved problemløsning. Herudover ledes eleverne gennem forskellige ræsonnementer, der fører frem til nogle af de symbolske udtryk. Undervisningsmaterialet benytter sig af konkrete 3D-modeller, som skal hjælpe eleverne med at skabe mening i de mange matematiske symboler, der indgår i formlerne overfladeareal og rumfang af rumlige figurer. Her ses på prisme, cylinder, cylinderrør, pyramide, kegle og kugle.

Indholdsfortegnelse

Undervisningsmaterialet	3
Det overordnede mål for forløbet	3
Mål for eleverne	3
Undervisningen	3
Konkrete materialer	4
Afsluttende refleksioner	4
Udvidelse af materialet	4
Forløbsbeskrivelse	4
1. modul:	5
2. modul: Rumfang af cylinderrør samt skæve prismer og cylindre.....	5
3. modul: Overfladeareal af cylindre og prismer	5
4. modul: Opsamling, opgaver og video.....	5
5. modul: Rumfang af pyramider	5
6. modul: Rumfang af kegler	6
7. modul: Overfladeareal af kegler	6
8. modul: Kuglen	6
9. modul: Afslutning	6
Forløbsmetro	6
1. modul: Rumfang af prismer og cylindre	6
2. modul: Rumfang af cylinderrør samt skæve prismer og cylindre.....	7
3. Overfladeareal af cylindre og prismer	7
4. Opsamling, opgaver og video.....	7
5. Rumfang af pyramider	8
6. Rumfang af kegler	8
7. Overfladeareal af kegler	8
8. Kuglen	8
10. Afslutning.....	9

Undervisningsmaterialet

Det overordnede mål for forløbet

Mange elever har problemer med at forstå og anvende formelsamlingens mange symbolske udtryk, skønt de fleste er illustreret med figurer, hvor de indgående symboler er vist og beskrevet med tekst.

I dette forløb er der fokus på de mange forskellige roller symboler spiller i matematikken. Det faglige emne er rumlige figurer, som ud over de sædvanlige repræsentationsformer, man arbejder med i gymnasie matematikken, også har en håndgribelige repræsentation. Man kan holde et prisme, trille en cylinder, vende og dreje en pyramide osv.

Gennem arbejdet med konkrete repræsentationer i form af 3D-printede figurer skal eleverne opnå kendskab til forskellige rumlige figurer og hvilke variable, der er nødvendige for at beskrive dem. For at kunne finde bestemte størrelser (vinkler, sider etc.) samt overfladeareal og rumfang af rumlige figurer arbejder eleverne med geometriske og algebraiske ræsonnementer, hvor der hele tiden er en tæt kobling mellem de benyttede matematiske symboler og deres konkrete repræsentationer.

Mål for eleverne

Efter forløbet forventes det, at eleverne:

- har kendskab til de rumlige figurer: prisme, cylinder, cylinderrør, pyramide, kegle og kugle
- kan afgøre hvilke variable, der skal bruges for at beskrive hver figur, og kan finde dem på både en model og en tegning af figuren
- bliver fortrolige med de formler, herunder de matematiske symboler, der benyttes til beregning af rumfang og overfladeareal af de nævnte rumlige figurer og kan benytte disse til konkrete beregninger
- kan udlede udvalgte formler samt gennem omskrivninger og sammenholdelse af formlerne kan opnå yderligere viden om rumlige figurers rumfang og overfladearealer

Der er særlig fokus på følgende fire kompetencer

- Tankegangskompetencen
Eleverne skal kunne afgøre hvilke spørgsmål der kan stilles og løses med matematik om de nævnte rumlige figurer, og hvilke oplysninger man har brug for for at svare på dem.
- Ræsonnementskompetencen
Eleverne skal kunne finde og benytte matematiske ræsonnementer, der fører frem til udvalgte formler for overflade
- Repræsentationskompetencen
Eleverne skal kunne veksle mellem forskellige repræsentationer herunder konkrete, symbolske, grafiske og sproglige repræsentationer.
- Symbol- og formalismekompetencen
Eleverne skal kunne læse symbolske udtryk og kende de enkelte symbolers betydning i en konkrete situation. De skal kunne benytte disse symbolske udtryk og kende de regler, der gælder for omskrivninger af sådanne udtryk.

Undervisningen

Eleverne deles ind i grupper på 4 elever. I dette forløb kan det anbefales at inddele efter niveau, da man så kan støtte hhv. udfordre grupperne med ekstra arbejdskort undervejs, som behovet opstår. Nogle grupper når meget langt, mens andre grupper har brug for meget tid til de grundlæggende spørgsmål. Afhængigt af hvilke mindstemål man har opstillet for klassen, kan nogle af spørgsmålene fra arbejdskortene eventuelt tages ud og gives ekstra til de grupper, der arbejder hurtigt og har nemt ved det. I bilaget *Ekstra opgaver* ses eksempler på sådanne ekstra spørgsmål. *Hjælp*-spørgsmålene giver ekstra træning og hjælper eleverne på vej, mens *Udfordring*-spørgsmålene uddyber emnet og er beregnet til de elever, der kan klare lidt mere.

Ud fra arbejdsarkene arbejder eleverne i grupper med opstilling af udtryk for overfladeareal og rumfang af rumlige figurer, hvor de indledningsvis bruger en del tid på at diskutere de nødvendige variable og sammenkæde disses beliggenhed på en konkret figur med det symbol, der anvendes i formeludtrykkene. For at fastholde symbolernes betydning skal eleverne ved hver figur tegne skitser og angive relevante symboler. Undervejs i forløbet øges kravene til elevernes evne til selv at opstille sådanne udtryk. Det kan være en udfordring at køre et så forholdsvis langt forløb, hvor arbejdsformen afviger fra det, mange elever er vant til.

Der kan være elever, som har svært ved at holde fokus og vil finde det ”kedeligt” at skulle arbejde på den samme måde gennem en længere periode. Det er blandt andet et udtryk for, at de er usikre, og at det kræver mere af dem selv at være aktive end at få resultaterne præsenteret. For at tage højde for dette, er arbejdsarkene udfærdiget lidt forskelligt, men man kan også som lærer selv være med at skabe variation. Forløbet kan forkortes og forlænges efter ønske ved at udelade nogle af de rumlige figurer, inddrage flere figurer eller man kan erstatte nogle af arbejdsarkene med traditionel undervisning eller andre typer aktiviteter. Udover dette materiale benyttes den formelsamling, som eleverne er vant til at bruge, for at opøve færdigheder i at læse og forstå formelsamlingen.

Hver undervisningsgang starter med en opsamling fra det forrige modul og en introduktion til dagens emne, og man afslutter med at grupperne reflekterer over deres udbytte af timen: hvilke elementer bidrog med hvad i deres læring? Man kan udstyre hver gruppe med deres egen bog/hæfte, hvor gruppens besvarelser skrives ind sammen med de afsluttende refleksioner. Indsamles bøgerne efter hver time, har man som lærer en unik mulighed for at følge elevernes udvikling og kunne rette eventuelle misforståelser i det følgende modul under opsamlingen. Naturligvis kan eleverne besvare opgaverne i et fælles dokument fx Google docs, men her er valgt en papirløsning for at fremme elevernes evne til at lave skitser i hånden.

Konkrete materialer

Der lægges her op til at benytte forskellige 3D-printede figurer, men tilsvarende figurer produceret på anden vis kan uden problemer anvendes. I dette materiale behandles følgende figurtyper:

- Prismer af forskellige størrelser og med forskellige typer grundflader (trekant, firkant, femkant)
- Skæve prizmer med samme typer grundflade
- Cylindre med forskellige højder og radier
- Skæve cylindre
- Cylinderrør af forskellig størrelse
- Pyramider med forskellige grundflader (kvadrat, rektangel og femkant)
- Kegler af forskellig størrelse
- Kube bestående af 6 ens pyramider med kvadratisk bund og en højde, der er halvt så stor som sidelængden.
- Animation <https://www.geogebra.org/m/JDpq2ubY>
- Kugler

Der skal være konkrete materialer nok til, at alle grupper kan have forskellige figurer af hver slags. Det er **ikke** tilstrækkeligt med et enkelt prisme, cylinder etc. til hver gruppe, idet sammenligningen mellem forskellige typer figurer er vigtig for elevernes forståelse af en figurtype.

Afsluttende refleksioner

De sidste 5-10 minutter af hver lektion benyttes til *afsluttende refleksioner*. Her skal eleverne tænke over (og skrive ned) hvad de har fået ud af dagens arbejde:

- hvad har de lært?
- hvad var særligt svært? og hvordan fandt de ud af det? var det ved hjælp af figurer fra bogen, ved at tegne selv, at have en 3D-model, at diskutere i gruppen, at tale med en lærer?
- var der noget, som var særlig godt, eller måske irriterende, noget der skal laves om på?

Undervisningen er beskrevet i moduler af ca. 90-100 min. varighed.

Udvidelse af materialet

Der er naturligvis flere rumlige figurer end de, der præsenteres i dette materiale. Hvis man har tid og mulighed for det, kan emnet udvides til også at omfatte fx pyramidestub og keglestub, og eventuelt kan nogle af de arbejdsark, der findes i dette materiale forkortes eller ændres, så der bliver plads til også at arbejde med disse figurer. Alternativt kan formlerne diskuteres i forbindelse med opgaveregning.

Forløbsbeskrivelse

1. modul:

I den første lektion arbejdes der primært med symboler til at navngive og repræsentere forskellige længder/sider på rumlige figurer, samt hvor disse kan genfindes på tegninger og konkrete 3D-modeller af de aktuelle figurer. Hvor fx π er et fast symbol, der altid står for forholdet mellem omkreds og diameter i en cirkel, kan det langt sværere at gennemskue symbolernes betydning, når navngivningen foregår ad hoc, som når de forskellige stykker i prisme, cylinder og cylinderrør kaldes h , r , R , G osv.

Der arbejdes med arbejdsarket *Rumfang af prizmer og cylindre* som findes i bilag. Her kan også findes eksempler på ekstra spørgsmål.

- Rumfang af prizmer og cylindre
- Ekstra spørgsmål
- 3D-modeller af prizmer og cylindre.

Blandt de ekstra spørgsmål er nogle beregnet til at stilladsere elever, som har brug for at arbejde lidt længere tid med stoffet, mens andre er for de grupper, der kommer hurtigt gennem arbejdsarkene og kan have glæde af at få flere udfordringer. Nogle af dem er ikke helt nemme!

2. modul: Rumfang af cylinderrør samt skæve prizmer og cylindre

I dette modul skal eleverne for første gang selv opstille et udtryk for et volumen, nemlig for cylinderrøret.

Derefter generaliseres prizmer og cylindre fra seneste modul til også at omfatte skæve prizmer og cylindre. Bemærk at rumfangsformlerne muligvis ikke findes i den benyttede formelsamling. I stedet må eleverne ved hjælp af 3D-figurerne, og hvad de ellers har til rådighed, argumentere for, hvordan formlerne ser ud.

Modulets arbejdsark findes i bilag. Der benyttes følgende materialer

- Rumfang af cylinderrør samt skæve prizmer og cylindre
- Ekstra spørgsmål
- 3D-modeller af cylinderrør samt skæve prizmer og cylindre.

3. modul: Overfladeareal af cylindre og prizmer

Der fortsættes med opstilling af generelle regneudtryk, denne gang for overfladearealet af cylinder og prisme. Især cylinderen giver gode muligheder for at ræsonnere, især når man også medtager top og bund. Formelsamlingens udtryk ser måske anderledes ud, og dette åbner muligheden for også at læse symbolske udtryk. Hvordan kan formlerne omformes, så de bliver ens? hvilke led svarer til den krumme overflade og bund/top? Tilsvarende kan der opstilles generelle udtryk for overfladearealet af forskellige prizmer.

Eleverne arbejder med :

- Overfladeareal af cylindre og prizmer
- Ekstra spørgsmål.
- 3D-modellerne af cylindre og prizmer fra modul 1.

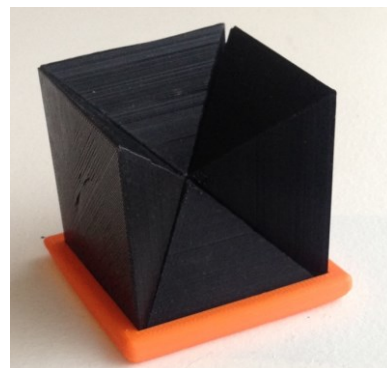
4. modul: Opsamling, opgaver og video

Formålet med dette modul er at få samlet op på de ting, der er foregået indtil videre, og give eleverne mulighed for at øve sig i at anvende formlerne i konkrete opgaver og træne deres mundtlighed gennem præsentation for hinanden eller i en videoaflevering. Der er ingen nye materialer.

5. modul: Rumfang af pyramider

Den generelle rumfangsformel for en pyramide kan ikke vises på dette niveau, men for pyramider med kvadratisk grundflade, hvor sidelængde er dobbelt så lang som højden, kan den eftervises med seks 3D-figurer af pyramider eller med en animation. Tal med grupperne om forskellen på at *eftervise* og at *bevise*.

Der er fokus på symbolernes rolle i formuleringen af matematiske påstande. Symbolerne i sig selv har ingen indflydelse på om disse påstande er rigtige eller forkerte. Dette afhænger af det matematiske indhold i det, symbolerne refererer til. At $V = \frac{1}{3} \square G h$ for en pyramide er sandt, men



afhænger af figurens form og ikke af de valgte symboler V , h og G .

Udover de konkrete modeller benyttes arbejdsark, som findes i bilag:

- Rumfang af pyramider
- 3D-modeller af forskellige pyramider
- Kube bestående af 6 pyramider, som vist på billedet
- Animationen <https://www.geogebra.org/m/JDpq2ubY>

6. modul: Rumfang af kegler

Som for pyramiden kan rumfangsformlen for keglen ikke bevises på dette niveau. (Efter integralregningen på A-niveau kan rumfanget findes som et omdrejningslegeme.) I stedet læner man sig op ad resultatet for pyramiden, og arbejder videre med beregninger på konkrete kegler. Modulet slutter med en sammenligning af rumfangsformlerne for pyramide og kegle. Nogle grupper vil måske nå frem til at keglens rumfang kan findes fra pyramidens, når grundfladens polygon får ”uendelig” mange kanter. Der benyttes følgende materialer, hvor arbejdsarket findes i bilag.

- Rumfang af kegler
- 3D-modeller af symmetriske kegler

7. modul: Overfladeareal af kegler

Dette modul er en videreførelse af modulet om rumfang af cylindre, men med større krav til symbolbehandling og argumentation. Eleverne laver selv en kegle af papir, så denne kan klippes op og foldes ud. I første del af modulet arbejder eleverne **uden** formelsamlingen, da det er tanken, at de selv skal komme frem til de nødvendige sammenhænge ud fra konkrete eksempler: Først konstrueres en håndgribelig kegle, og bagefter regnes på en bestemt kegle med givne mål. Først herefter introduceres eleverne for den helt generelle kegle med tilhørende symboler fra formelsamlingen.

Der benyttes følgende materialer, hvor arbejdsarket findes i bilag:

- Overfladeareal af kegler
- 3D-modeller af kegler
- Papir, saks, tape etc. til konstruktion af kegle, der kan klippes op og foldes ud.

8. modul: Kuglen

Den sidste rumlige figur eleverne møder i dette forløb er kugle, der introduceres som en ”generaliseret cirkel”. Først argumenterer eleverne for cirkelns areal i en læseøvelse, og dernæst generaliseres princippet bag beviset til at bestemme arealet af en kugle. Der benyttes følgende arbejdsark (i bilag)

- Cirkelns areal
- Kuglens rumfang samt
- 3D-model af kuglen

Hvor eleverne arbejder med cirkelns areal i grupper, kan man vælge at bearbejde kuglens rumfang på klassen, og der sluttet af med forskellige opgaver.

9. modul: Afslutning

Forløbet kan sluttet af på mange måder, men det er vigtigt, at der er en fælles opsamling, hvor de resultater eleverne er kommet frem, summeres op og sættes i en sammenhæng. Her foreslås det, at man igen tager fat i symbolkompetencen og tager en snak med klassen om, hvad symbolerne har bidraget med? Hvordan kunne man have arbejdet med rumlige figurer uden brug af symbolsprog? og hvilke begrænsninger vil det give i forhold til generalitet, effektivitet og kommunikation?

Forløbsmetro

1. modul: Rumfang af prismer og cylindre

Indledningsvist introduceres arbejdsformen med arbejdsark, opsamling og refleksioner over egen læring. Det er vigtigt at pointere, at et meget væsentligt mål med forløbet er forståelsen for hvilken betydning de mange symboler i formlerne for overfladeareal og rumfang har.

I dette modul skal eleverne finde de relevante formler i formelsamlingen. Det er vigtigt at give eleverne tid til at diskutere, hvad der egentlig forstås ved de forskellige rumlige figurer, og hvordan man kan beskrive/definere dem.

Efter nogle konkrete beregninger, skal eleverne give forslag til dimensioner af andre tilsvarende figurer med samme rumfang. Denne opgave kan løses på mange måder såvel aritmetrisk, algebraisk og geometrisk. Tal med eleverne om, hvor de forskellige metoder afviger fra hinanden og i hvilke sammenhænge de kan benyttes. Til slut bliver eleverne bedt om at argumentere for, hvorfor formlerne er korrekte. Der er ikke tale om et egentlig matematisk ræsonnement, men et første skridt på vejen.

2. modul: Rumfang af cylinderrør samt skæve prismer og cylindre

Modulet starter med en opsamling på resultater og refleksioner fra sidst. Dernæst uddeles dagens arbejdsark, og i dette modul skal eleverne for første gang selv opstille en rumfangsformel. Afhængigt af elevernes niveau kan de nå helt frem til formlen fra formelsamlingen, eller måske stopper de efter at have opstillet formlen som ”rumfanget af den ydre cylinder minus rumfanget af den indre cylinder” eller som ”grundfladen gange højden”, hvor grundfladen er en cirkelring. For nogle grupper vil omformningen af ét bogstavudtryk til et andet være en uoverstigelig opgave, mens andre ikke har problemer her. Dette er et godt sted at tage fat i algebraen, der ofte overlades til et program, men som det her kan give mening at kunne håndtere.

I arbejdet med rumfanget for skæve prismer og cylinder, kan der sammenlignes med formlen for arealet af en trekant, der heller ikke afhænger af figurens ”skævhed”.

3. Overfladeareal af cylindre og prismer

Lektionen starter med en opsamling af elevernes væsentligste resultater fra sidst. Rumfangsformlerne skrives op, og gennem diskussionen skal eleverne ledes til at se ligheder og forskelle på formlerne. Eleverne kender rumfangsformlerne fra grundskolen, men hvilke argumenter hviler de på?

I denne lektion er der fokus på udledning af arealformler. Ved hjælp af konkrete materialer som et stykke papir og 3D-modeller skal eleverne selv argumentere for og opstille formlerne for overfladearealet af cylinder og prisme.

I forlængelse af arbejdsarkene fra 1. og 2. modul arbejder eleverne med spørgsmål, hvor de skal bestemme dimensioner for cylindre og prismer, der opfylder særlige krav. Det betyder, at symbolerne nu har ændret status fra blot at repræsentere et stykke på en figur til at beskrive relationer mellem disse stykker som fx areal A , højde h , og radius r . Nogle elever vil opfatte spørgsmålene som meget abstrakte; når man har to cylindre, der skal have samme overfladeareal, så er højden h ikke bare længere h men kan antage forskellige værdier!

For at hjælpe eleverne på vej, findes en række ekstra spørgsmål, hvor eleverne skal finde dimensionerne på konkrete cylindre og prismer, hvor nogle af de variable er kendte.

I stedet for den traditionelle opgaveregning, hvor eleverne benytter formlerne ved at indsætte givne talværdier, skal eleverne her opnå en forståelse for de mange forskellige sammenhænge udtrykkene kan finde anvendelse i:

- Hvis nogle af de variable kendes, kan andre findes.
- Hvis én variabel ændres, har det betydning for værdien af de øvrige.

Lektionen afsluttes med refleksioner i grupperne og en kort afrunding.

4. Opsamling, opgaver og video

Lektionen starter med en opsummering af elevernes resultater fra sidste gang. Arealformlerne skrives op, og der skal lægges vægt på, hvordan formlerne ændrer sig afhængigt af om bund og top medregnes. I den formelsamling, der er benyttet i dette forløb (Matematik 112), er det ikke altid tydeligt, hvad der egentlig udregnes, så eleverne kan komme ud for at skulle afkode formlerne. Fx angives

$$O_A = 2\pi r h$$

$$A = 2\pi r(r + h)$$

Men der står ikke, at den nederste formel er overfladearealet af en cylinder med bund og top, mens den øverste formel kun angiver arealet af den krumme overflade. Det er en væsentlig kompetence at kunne læse dette ud fra formlerne. I diskussionen bør man henlede elevernes opmærksomhed på, at det her er symbolernes rolle at beskrive relationer mellem forskellige variable.

Efter opsamlingen er der mulighed for at gøre flere ting. Nogle grupper har måske brug for lidt tid til at få lavet tidligere arbejdsark færdige, mens andre med fordel kan fordybe sig i nogle af de sammenhænge, de har fundet frem til. For at fokusere på mundtligheden og brugen af et korrekt matematisk sprog kan det anbefales at lade grupperne lave videoklip, hvor de forklarer eller argumenterer for deres resultater. Endelig er der også mulighed for at lade de elever, der har brug for træning, regne opgaver med de rumlige figurer, der indtil nu er blevet behandlet.

5. Rumfang af pyramider

Arbejdskortene er denne gang delt op i mindre enheder for at skabe variation. Tanken er, at eleverne efter hvert kort kontakter læreren og fortæller, hvad de har fundet frem til før næste kort udleveres.

Eleverne skal oversætte en sproglig beskrivelse til en formel, og derefter arbejde videre med denne formel.

Da man her ikke kan bevise den generelle rumfangsformel for en pyramide arbejder eleverne i stedet med specialtilfældet, hvor den kvadratiske pyramides højde er halvt så lang som bundens længde. I dette tilfælde kan man illustrere formlen ved hjælp af en kube bestående af 6 identiske pyramider. Denne kan både være en håndgribelig kube eller en animation. Tal med grupperne om forskellen på at *eftervise* og at *bevise*.

Der sluttes af med refleksioner. Man kan eventuelt lade eleverne reflektere individuelt, så de ikke skal ”forhandle” om en fælles konklusion.

6. Rumfang af kegler

Modulet begynder med en opsamling, der tager afsæt i de erkendelser eleverne kom frem til gennem arbejdsarkene med pyramiden. I diskussionen skal der fokuseres på:

- Betydningen af pyramidens form fx grundfladen, og om den er regulær/skæv
- Forskellen på at *eftervise* en påstand og at *bevise* den

Emnet for dette modul er rumfang af kegler. Der benyttes et arbejdsark, som findes i bilag samt konkrete 3D-modeller. De indledende spørgsmål om rumfang er af samme type som for pyramiden. Herefter skal eleverne lave beregninger på kegler, hvor forskellige variable er kendte. Spørgsmålene kan laves på to niveauer: enten som konkrete talberegninger eller som symbolmanipulationer, hvor eleverne kommer frem til generelle udtryk.

Arbejdsarket slutter med en diskussion af indholdet i rumfangsformlerne for pyramide og kegle, og her kan der komme forklaringer på mange niveauer. De dygtigste grupper skal holdes fast på præcise matematiske forklaringer, der indeholder overvejelser om overgangen fra polygon til cirkel og fra pyramide til kegle.

7. Overfladeareal af kegler

I dette modul skal eleverne arbejde med udtrykket for overfladeareal af kegler, og her kan det være nødvendigt at holde fast i at **alle** grupper **skal** producere en konkret kegle af papir/pap, der skal klippes op og foldes ud, så den kan sammenholdes med 3D-figuren!

På de første to arbejdsark er formålet, at eleverne diskuterer metoder til at foretage beregninger af radius, højde, buelængde, areal m.m. og at de kan se, hvor de forskellige størrelser på udfoldningen findes på keglen (3D-figuren). Det er fint, hvis eleverne kan tegne, farve, pege på de relevante stykker.

Selve opskrivningen af de symbolske udtryk kommer først på kort 3, hvor eleverne igen skal tolke de symbolske udtryk for at finde ud af, hvilke udtryk, der beskriver de to situationer ”med og uden bund”. Det sidste kort kan man vælge kun at give til de grupper, der har brug for ekstra udfordringer, idet kortet lægger op til en udledning af en formel for keglens overfladeareal.

8. Kuglen

Inden eleverne går i gang med kuglen, får de først en læseøvelse om cirklen. Her i introduceres den tankegang, som senere bruges ved kuglen.

Læseøvelsen foregår således:

Første elev i gruppen læser op frem til første STOP OP OG FORKLAR. Herefter skal eleven forklare resten af gruppen, hvilke argumenter/forudsætninger etc. der er brugt i teksten. Gruppen skal blive enige om at det er de korrekte formler, der er brugt i teksten, og måske vælger de at finde en video, der beskriver, hvordan udtrykket for cirkelens omkreds fremkommer.

Herefter læser næste elev højt frem til næste STOP OP OG FORKLAR. I dette afsnit skal eleven forklare sammenhængen mellem teksten og den figur, der er vist på arbejdsarket. Alle skal være enige om, at det er korrekt, hvad der står, og at den viste trekant har det angivne areal.

Derefter fortsættes på samme måde til hele arket er læst og indholdet forklaret, så alle i gruppen er med.

Læseøvelsen efterfølges af et arbejdsark om kuglens rumfang, hvor eleverne skal overføre idéen om at opdele en figur i mange små dele, der kan tilnærmes med noget, hvis areal eller rumfang man kan beregne (her pyramiden). Lægges alle delene sammen får man det samlede areal/rumfang. Dette arbejdsark kan eventuelt laves fælles på klassen for at skabe variation.

Symbolernes rolle i denne lektion er fortrinsvis til at formulere matematiske påstande og relationer. På arbejdsarket er de forskellige størrelser: kuglens radius, overfladeareal og rumfang ikke navngivet, så her skal eleverne selv vælge symboler. Dette vil sandsynligvis føre til, at symboler som r , A og V bliver anvendt i såvel læseøvelsen som på arbejdsarket, men med forskellig betydning. Dette kan give problemer for nogle elever, og er derfor værd at bemærke i opsamlingen.

Inden den afsluttende refleksion skal eleverne dels regne en traditionel opgave og dels selv formulere en opgave fra deres omverden, så også modellering kommer i spil.

10. Afslutning

Med denne undervisningsgang afsluttes forløbet om rumlige figurer, hvor en væsentlig bestanddel har været at undersøge og konkretisere de benyttede symboler, og hvordan de indgår i faget.

Der indledes med en opsamling på foregående lektions arbejde om cirkel og kugle. Her er det ikke de konkrete resultater/formler, der er væsentligst, men den type argumentation eleverne er blevet bekendt med.

Gennem forløbet har eleverne set rigtig mange formler for overfladeareal og rumfang af forskellige typer rumlige figurer. I formelsamlingen findes der mange andre formler, som eleverne også kan få brug for. Resten af lektionen er derfor helliget opgaveregning, hvor der arbejdes med opgaver (evt. gamle eksamensopgaver), som trækker på formler om fx kugleafsnit, pilhøjde osv.

Før den afsluttende refleksion kan man indlægge en klassediskussion om forløbet, hvor man trækker formålet med forløbet frem. Det vil også være naturligt at komme ind på fagets metoder både generelt og i særdeleshed, hvordan de er blevet benyttet i dette forløb.

Elevernes refleksioner omfatter hele forløbet og kan indeholde spørgsmål om:

- arbejdsform (er det lærer eller elever, der laver arbejdet?!)
- skrivning af noter/resultater, tegning af figurer og forståelse af deres betydning
- brug af konkrete materialer
- symbolers rolle i matematikken
- udbytte af forløbet...