

Genererende polynomier Diskret matematik Niveau 2

FASE 1: Den udfoldende opgave,

I en hæveautomat på et kasino kan man hæve beløb til at spille for. Automaten kan give beløbet i mønterne 1 kr., 2 kr., 5 kr., 10 kr., 20 kr., 50 kr. og 100 kr. På hvor mange måder kan automaten udbetale 100 kr.?

I skal overveje strategier for at svare på dette spørgsmål. Det er endnu for tidligt med et facit.

- Jeres strategierne skal fremlægges for den øvrige klasse.
- I skal spørge ind til de andre elevers strategier.

FASE 2: Et mindre omfattende problem af samme slags

- På hvor mange måder kan automaten udbetale 10 kr.?
- Man kan bestemme at man fx vil have mindst én 2 kr. På hvor mange måder kan automaten så udbetale 10 kr.?
- Automaten har været brugt længe så der er ingen 5 kr. tilbage. På hvor mange måder kan automaten nu udbetale 10 kr.?

I skal kunne redegøre for at jeres resultater er korrekte, eller evt. redegøre for hvor I er gået i stå.

FASE 3: Samme problem i ny forklædning

- På hvor mange måder kan man skrive potensen x^{10} som et produkt af potenser x^1, x^2, x^5, x^{10} ? Fx $x^{10} = x^5 \cdot x^2 \cdot (x^1)^3$ For tydelighedens skyld har vi sat $x = x^1$ og 0'te potens er $x^0 = 1$.
- På hvor mange måder kan man skrive potensen x^{10} som et produkt af potenserne x^1, x^2, x^5, x^{10} , hvis der skal være mindst en faktor x^2 ?
- På hvor mange måder kan man skrive potensen x^{10} som et produkt af potenserne x^1, x^2, x^5, x^{10} , hvis potensen x^5 ikke må indgå?

FASE 5: Genererende polynomier og hæveautomatproblemerne.

- Udregn på computer det polynomiumsprodukt, som kan give svar på det første problem: På hvor mange måder kan automaten udbetale 10 kr.?
- Formuler selv nogle hæveproblemer som polynomiumsproduktet kan give svar på (og find svaret)
- Hvilke polynomier skal man bruge
 - Hvis der skal være mindst én 2-kr.?
 - Hvis der ingen 5-kr. må være?
 - Udregn produktpolynomierne og tjek hvad der tidligere er fundet.
- Svar på den oprindelige udfoldende opgave.

FASE 6: Andre tælleproblemer

Eksempel: Henrik får lov at tage 2 M&M pastiller fra en skål med 2 røde, 2 gule, 1 grøn, 1 blå. Dette giver polynomiumsproduktet

$$(1 + x + x^2) \cdot (1 + x + x^2) \cdot (1 + x) \cdot (1 + x)$$

Antallet af måder som Henrik kan vælge på er koefficienten til x^2 . (Svar 8). Tjek med optælling.

- Udarbejd tælleopgaver, som andre skal løse. I skal selv kunne løse jeres opgaver med genererende polynomier