Mindstekrav HTX B-niveau – eksempelsamling

Mindstekrav er indført i matematik for at sikre, at eleverne og aftagerinstitutioner er bekendt med, hvad der som minimum kan hhv. forlanges/forventes af studerende, der har bestået matematik på et givent niveau.
Mindstekrav: Sigter mod *beståelse*. Mindstekrav handler altså om summativ bedømmelse i forhold til, om en elev kan bestå/ikke bestå prøven.
På B-niveau vil mindstekravene blive testet i forbindelse med en eventuel mundtlig eksamen; mens det på A-niveau kun vil være i forbindelse med den skriftlige eksamen, at der testes i mindstekrav.
På B-niveau er det op til den enkelte underviser at stille spørgsmål i mindstekravene.
Spørgsmålene til den mundtlige prøve må ikke være kendte på forhånd, og de skal trækkes, inden eleven går ind til forberedelse. På den anden side bør opgavernes form og indhold heller ikke være helt ukendte for eleven. Det betyder, at eleven i den daglige undervisning løbende præsenteres for opgavetyper, der kan tænkes at indgå til testning af mindstekrav. Eleverne kender således ikke på forhånd de specifikke opgaver, der indgår ved prøven; men de er informeret om, hvilke opgavetyper de vil kunne møde ved prøven. Hele tanken bag indførelse af mindstekrav er jo netop, at eleverne skal kunne forberede sig, så de på forhånd kan sikre sig, at der er stor mulighed for at kunne bestå.

Hvad karakteriserer mindstekrav?

Helt i overensstemmelse med karakterbekendtgørelsens beskrivelse af karakteren 02 skal der være dele af kernestoffet, som eleven behersker til et niveau, der er tilstrækkeligt.
Det anbefales, at mindstekrav testes ved brug af 4 spørgsmål, der dækker bredt. Honoreringen af disse spørgsmål skal sikre en karakter på mindst 02.

Mindstekravene tager udgangspunkt i kernestoffet og omfatter grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer, dvs. eleven skal kunne anvende matematiske begreber og gennemføre simple ræsonnementer, skifte mellem repræsentationer, håndtere simple matematiske problemer uden og med matematiske værktøjsprogrammer samt udøve basal algebraisk manipulation.

Opgaverne vil direkte indbefatte basale færdigheder, som skal erhverves på niveauet, fx bestemmelse af $f(x)$ ud fra en grafisk aflæsning eller ved beregning.
Man kan også forestille sig, at et spørgsmål vil omhandle anvendelse af CAS eller andre værktøjsprogrammer til beregning af centrale størrelser, fx til bestemmelse af nulpunkt eller til bestemmelse af parametre i en regression. Generelt vil der være tale om centralt kernestof, der er arbejdet grundigt med i undervisningen.
Mindstekravene er for at sikre en ensartet forståelse af, hvad der skal til, før karakteren 02 gives. Kan eleven besvare mindstekravsopgaven, består eleven - også selvom det i eksaminationen viser sig, at eleven har mangler inden for andre fagområder. Ligeledes er det muligt at opnå karakteren 02 ved korrekt besvarelse af nogle af mindstekravene samt delelementer fra den øvrige eksamination.

Det er derfor vigtigt, at eleverne løbende informeres om og trænes i mindstekravene, og at bedømmelsen af den enkelte elevs evne til at indfri mindstekravene indgår i den løbende evaluering af eleven. Eleven skal gøres bekendt med, at disse mindstekrav er med til at sikre, at eleven kan bestå. Det er en god ide at træne i disse mindstekrav og gøre brug af test, da disse test undervejs i undervisningsforløbet kan være med til at tydeliggøre for eleverne, hvor de fagligt befinder sig i

forhold til de ovenfor nævnte mindstekrav. Ved at kende mindstekravene får elever, der har en del faglige problemer, mulighed for at sætte et realistisk mål - og dermed mulighed for at fastholde motivation og arbejde for at bestå i faget.
For at eleven kan træne til mindstekravene er det vigtigt, at der er fokus på basale færdigheder med og uden CAS gennem hele uddannelsesforløbet. Mindstekrav kan testes forskelligt fra klasse til klasse afhængig af, hvordan undervisningen har været tilrettelagt. I en klasse kan et bestemt emne have haft meget stor vægt; mens samme emne i en anden klasse er vægtet noget mindre. Det vil betyde, at der stilles forskellige opgaver til testning af mindstekravene, hvilket censorer skal være opmærksomme på.
Elevernes grundlæggende matematiske færdigheder skal udvikles og gøres robuste gennem eksplicit fremhævelse af relevante mindstekrav, når disse optræder i den faglige kontekst i en given undervisningssekvens.

Bedømmelse

Hvis eksaminandens præstation lever op til fagets mindstekrav, opnår eksaminanden en karakter svarende til bestået eller højere.
Det skal bemærkes, at mindstekravene ikke er de eneste, der indgår i bedømmelsen af, hvorvidt en elev består eller ej. En elev, der mestrer størstedelen af eksamensspørgsmålene, men laver fejl i et enkelt af mindstekravene, kan stadig bestå eller opnå en højere bedømmelse. Der er tale om en samlet bedømmelse, hvor mindstekravene kun er med til at sikre bedømmelsen "bestået".

Bemærk at mindstekravsopgaverne skal i spil, når der er tvivl om beståelse i eksaminationens første to dele.

Såfremt eksaminationen i de to dele rejser tvivl om, hvorvidt eksaminanden kan honorere mindstekravene bruges den sidste del af eksaminationen på at teste fagets mindstekrav. Honorering af disse mindstekrav vil give en karakter på mindst 02.

Anbefalinger til lærerne

Listen er på ingen måde udtømmende eller normativ. Der er alene tale om eksempler på mulige spørgsmål inden for mindstekrav, som eleverne kan stilles ved den mundtlige prøve. Opgaven skal naturligvis udformes under hensyntagen til den undervisning, der er afviklet med de respektive klasser.

Spørgsmålene er stillet inden for kernestoffet for B-niveau.

Eksaminanden har metodefrihed i forbindelse med besvarelse af spørgsmålene. Formuleringer som "løs uden hjælpemidler" eller "løs med papir og blyant" bør derfor helt undgås.

Mindstekravsopgaven, der tildeles ved lodtrækning, kan bestå af 4 spørgsmål, der tilsammen dækker et bredt udsnit af kernestoffet og forskellige matematiske kompetencer.

Det er hensigtsmæssigt, at der på forhånd er sket en sammenkobling mellem det kendte eksamensspørgsmål og den ukendte mindstekravsopgave.

Bemærk, at mindstekravsopgaven ikke må gå igen på samme hold, men hver enkelt mindstekravsspørgsmål må gerne kombineres på ny.

Det anbefales, at besvarelsen af mindstekravsopgaven medbringes på papir fra forberedelseslokalet og lægges frem ved eksaminationens begyndelse.

Under eventuel eksamination i mindstekrav er det vigtigt, at der ikke stilles ekstra og/eller uddybende spørgsmål.

Nedenstående opgaver kan frit benyttes i den daglige undervisning til træning af eleverne i mindstekrav.

Nedenstående er inspiration til hvordan spørgsmål i mindstekravene kan se ud.

- regningsarternes hierarki, reduktion, regler for regning med potenser og rødder, logaritmer, forholds- og procentregning, overslagsregning, ligefrem og omvendt proportionalitet

Opgave 1

Nedenfor er et udtryk reduceret.

$$\begin{aligned} &4\cdot(5a-b)+b-3a \\ &=20a-4b+b-3a \\ &=17a-3b \end{aligned}$$

Forklar hvert trin i reduktionen.

Opgave 2

Nedenfor er en ligning løst.

$$\begin{aligned} 3x+2(x+1)+7&=5 \\ 3x+2x+2+7&=5 \\ 5x+9&=5 \\ 5x&=-4 \\ x&=-\frac{4}{5} \end{aligned}$$

Forklar, hvad der er gjort i hvert trin.

Opgave 3

Forklar, at værdien af $a^2-(b+c)$ er 1, når $a=-3$, $b=6$ og $c=2$.

Opgave 4

Hvor mange procent udgør 30 af 260?

- ligningsløsning både analytisk, grafisk og ved hjælp af it

Opgave 5

Løs følgende to ligninger med to ubekendte

$$x = 6 - y$$
$$5y + x = 14.$$

Opgave 6

Bestem diskriminanten for andengradsligningen

$$3x^2 + 4x - 1 = 0\,.$$

Opgave 7

Løs denne ligning: $\dfrac{20}{x+2} = 4$.

Opgave 8

Undersøg om $x = 2$ er en løsning til denne ligning: $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Opgave 9

To linjer er givet ved $y = 4x - 1$ og $y = x + 5$. Bestem skæringspunktet mellem de to linjer.

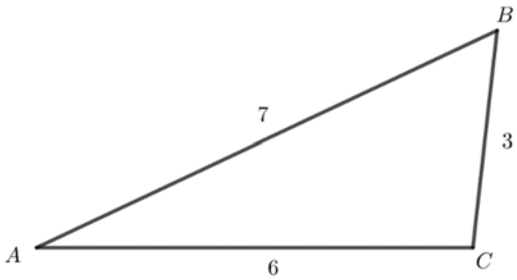
Opgave 10

Isolér T i ligningen $a \cdot T = \dfrac{R - T}{Q + a}$.

- grundlæggende klassisk geometri og trigonometri; forholdsberegninger i ligedannede trekanter, beregninger i retvinklede og vilkårlige trekanter, bestemmelse af areal af plane figurer samt volumen og overfladeareal af rumlige figurer

Opgave 11

Figuren viser en trekant *ABC*.

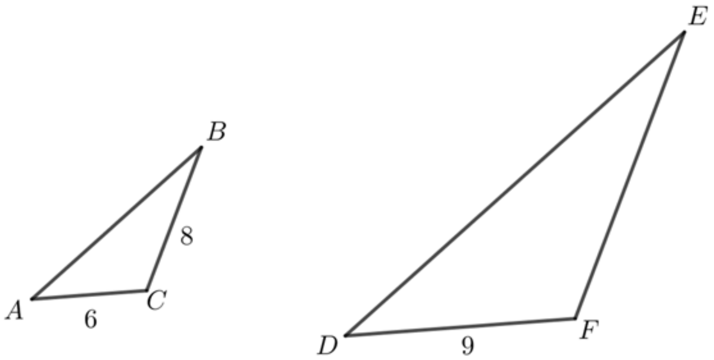


Følgende sidelængder er kendte: $|AB| = 7$, $|BC| = 3$ og $|AC| = 6$.

Bestem vinkel *A*.

Opgave 12

To ensvinklede trekanter er vist på figuren.



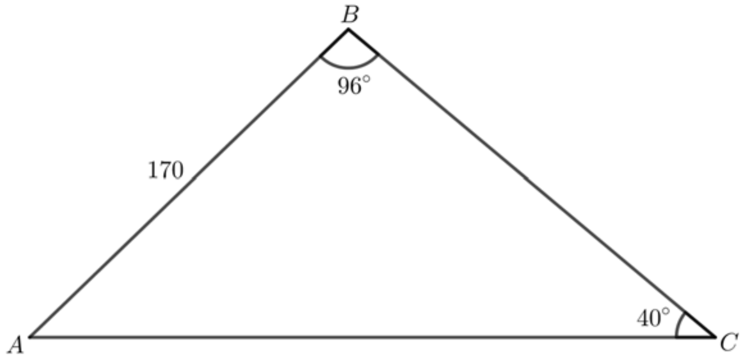
Størrelsesforholdene er ikke korrekte.

Følgende sidelængder oplyses: $|AC| = 6$, $|BC| = 8$ *og* $|DF| = 9$

Bestem $|FE|$.

Opgave 13

Figuren viser en trekant.



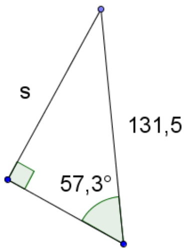
Følgende størrelser i trekant *ABC* er kendte:

$B = 96°$, $|AB| = 170$ *og* $C = 40°$

Bestem $|AC|$.

Opgave 14

En retvinklet trekant er skitseret på figuren.



Bestem længden *s*.

- analytisk plangeometri; punkt, linje, parabel og cirkel, skæringer og afstande

Opgave 15

Et punkt har koordinatsættet $A(8,6)$.

En linje *l* har ligningen $y = -x + 7$.

Bestem afstanden mellem *A* og *l*.

Opgave 16

En cirkel *C* og en linje *l* er bestemt ved ligningerne

$$C: (x-4)^2 + (y-5)^2 = 3^2$$
$$l: y = x - 2$$

a) Tegn cirklen og linjen i samme koordinatsystem.

b) Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og linjen.

Opgave 17

En cirkel *C* er givet ved ligningen

$$C: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 5^2$$

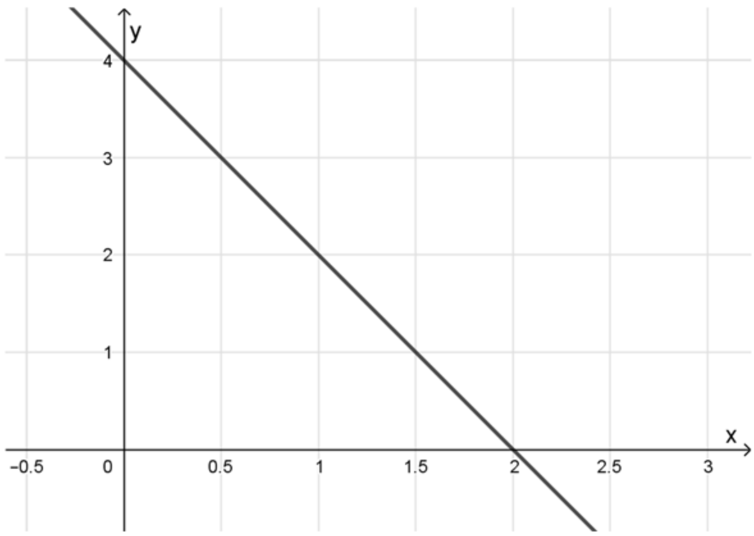
Bestem cirklens centrum og radius.

Opgave 18

Undersøg om punktet $(2;3)$ ligger på linjen bestemt ved $2x + y - 7 = 0$.

Opgave 19

På figuren ses en linje i et koordinatsystem.



Bestem en ligning for linjen.

- geometrisk og analytisk vektorregning i planen; vektorrepræsentation både med kartesiske og polære koordinater, komposanter, længder og vinkler

Opgave 20

En vektor $\vec{a}$ er bestemt ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Indtegn vektoren i et koordinatsystem, og bestem $|\vec{a}|$.

Opgave 21

To vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er bestemt ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Bestem vektor $\vec{c}$, når $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$.

Opgave 22

En vektor $\vec{a}$ er bestemt ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \cdot \cos(60°) \\ 5 \cdot \sin(60°) \end{pmatrix}$$

Forklar hvad tallene 5 og $60°$ fortæller om $\vec{a}$.

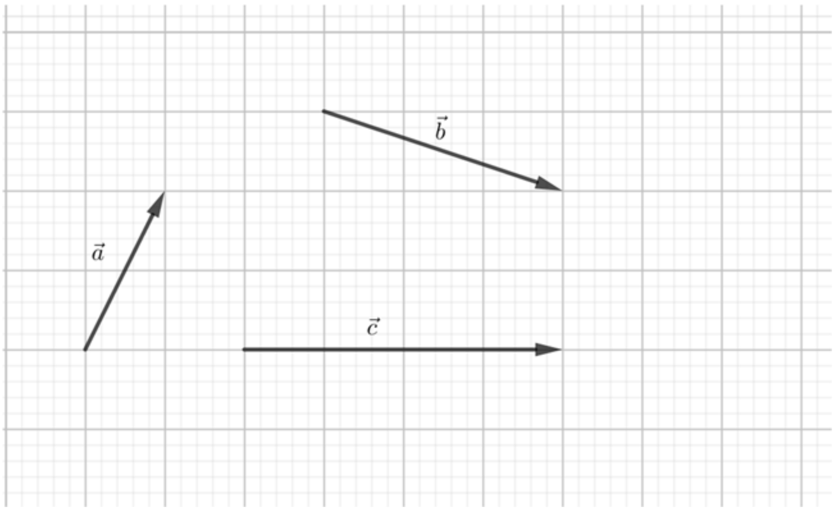
Opgave 23

En vektor $\vec{c}$ har længden 6 og retningsvinklen 127°.

Bestem koordinaterne for $\vec{c}$.

Opgave 24

På figuren ses repræsentanter for vektorerne $\vec{a}$, $\vec{b}$ og $\vec{c}$.

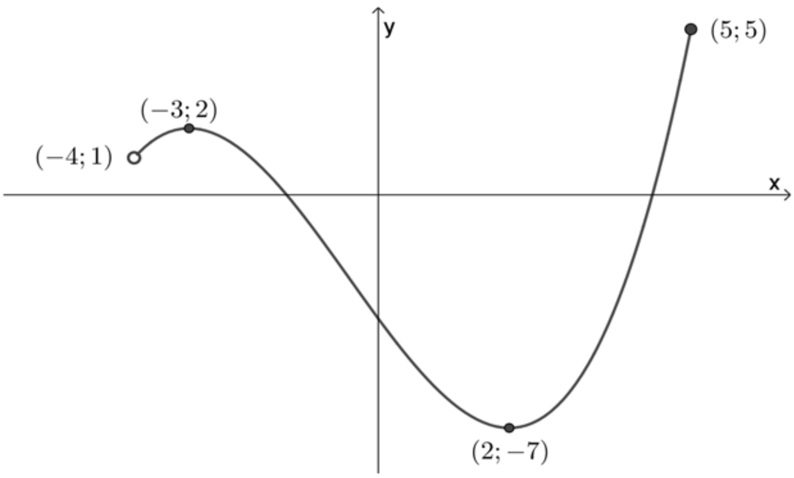


Indtegn en repræsentant for vektoren $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.

- funktionsbegrebet; repræsentationsformer, definitions- og værdimængde, fortegnsvariation, monotoniforhold, beskrivelse ud fra en grafisk repræsentation

Opgave 25

På figuren nedenfor ses grafen for en funktion *f*.



Benyt figuren til at bestemme definitionsmængden og værdimængden for funktionen.

Opgave 26

Tegn grafen for en funktion *f*, der opfylder følgende:

- definitionsmængden er $\text{Dm}(f) = [-4;5]$
- funktionen har et maksimum i punktet $(3;6)$.

Opgave 27

En jernklods opvarmes og afkøles derefter af luften i lokalet. Afkølingen kan beskrives af funktionen

$$a(t) = 20 + 880 \cdot 0{,}95^t \quad , \quad t \geq 0$$

hvor afkølingen påbegyndes til $t = 0$ og $a(t)$ er klodsens temperatur målt i °C til tiden *t*, målt i minutter.

a) Tegn grafen for funktionen.
b) Bestem $a(15)$.

Opgave 28

Funktionen *f* er bestemt ved

$$f(x) = -2 \cdot x + 4 .$$

Forklar hvilken betydning tallene -2 og 4 har for grafens udseende.

Opgave 29

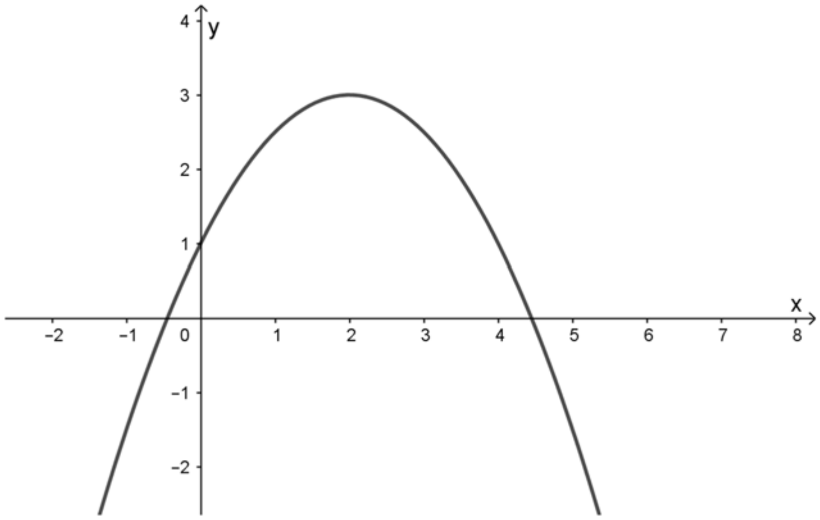
For en elektrisk komponent er den afsatte effekt *P* proportional med strømstyrken *I*. Det oplyses, at proportionalitetskonstanten er 12.

Opstil et udtryk for *P* som funktion af *I*.

- karakteristiske egenskaber ved funktioner; lineære funktioner, polynomier, eksponentialfunktioner og potensfunktioner, stykkevist definerede funktioner, bestemmelse af forskrift

Opgave 30

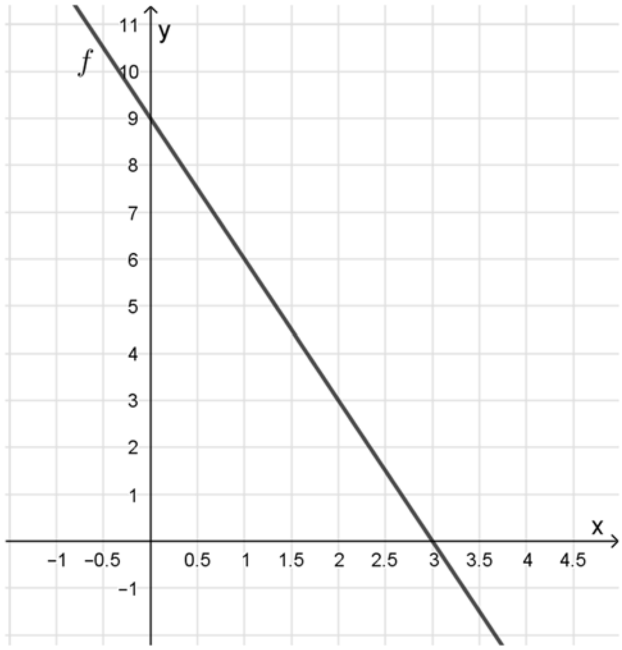
På figuren ses grafen for et andengradspolynomium på formen $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.



Bestem fortegnet for *a*, og bestem fortegnet for *c*.

Opgave 31

På figuren ses grafen for den lineære funktion *f*.



a) Benyt figuren til at bestemme $f(0)$.

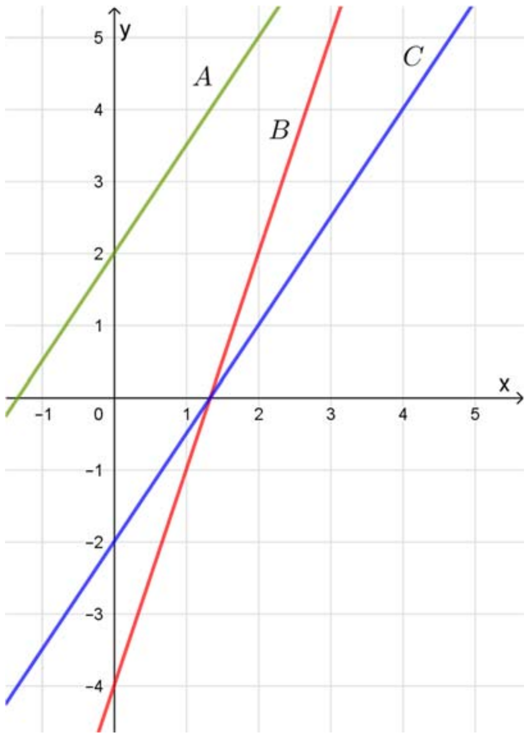
b) Benyt figuren til at løse ligningen $f(x)=0$.

Opgave 32

På figuren ses graferne *A*, *B* og *C*, for tre lineære funktioner.

Det oplyses at funktioner er bestemt ved forskrifterne

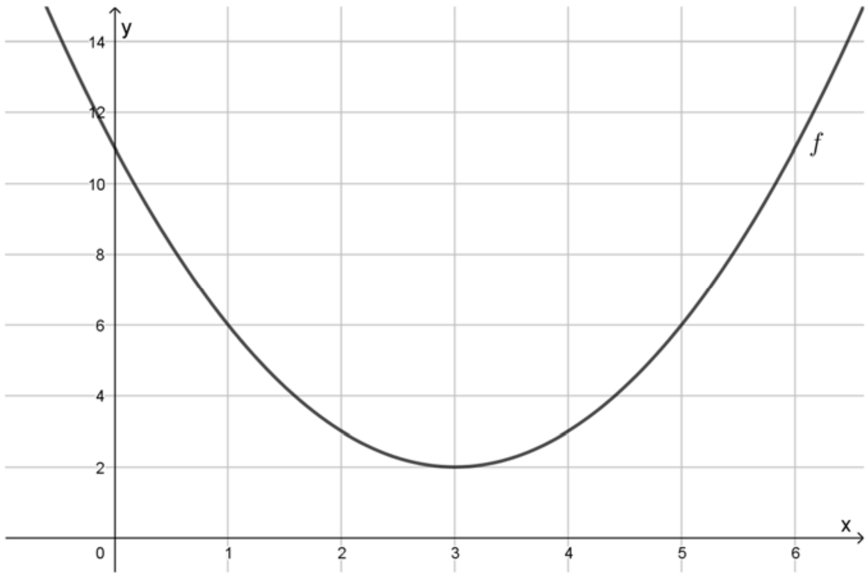
$$f(x)=3x-4$$
$$g(x)=1{,}5x-2$$
$$h(x)=1{,}5x+2$$



Afgør hvilken graf der hører til hvilken funktion. Begrund svaret.

Opgave 33

Figuren viser grafen for et andengradspolynomium *f*.



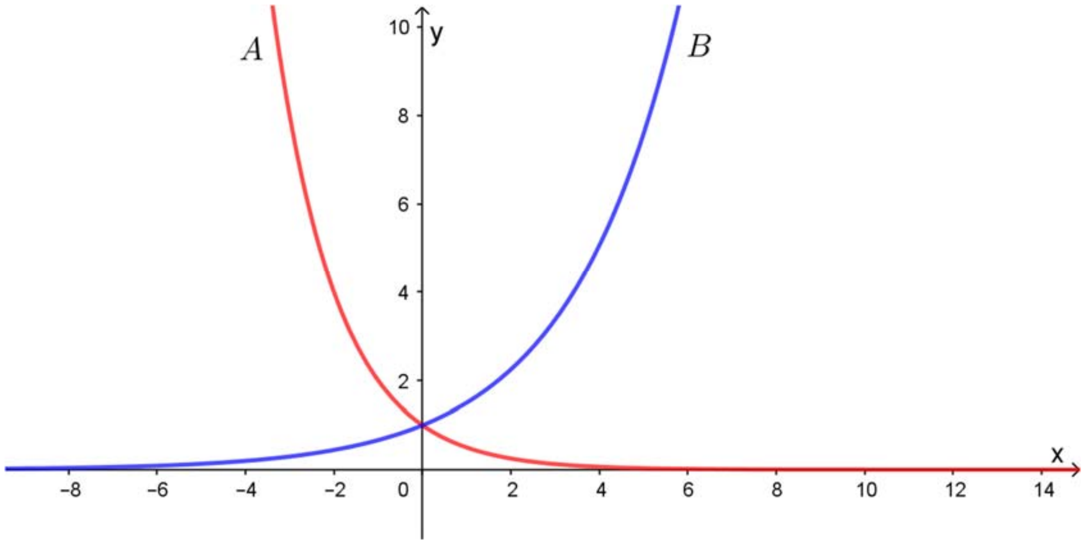
Benyt grafen til at løse ligningen $f(x)=6$.

Opgave 34

Figuren viser graferne for to eksponentialfunktioner *f* og *g* bestemt ved

$f(x)=0,5^x$

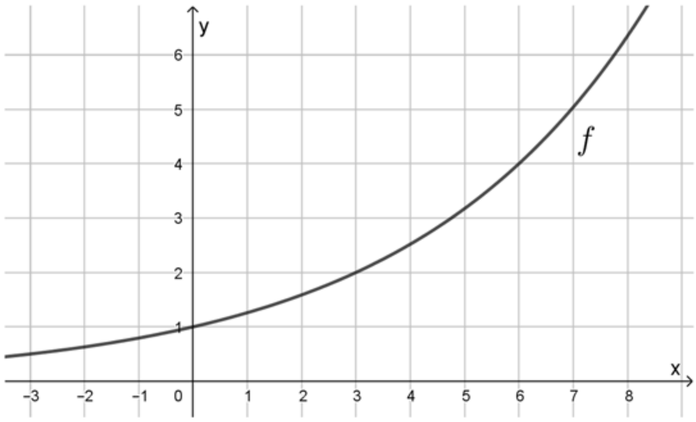
$g(x)=1,5^x$



Afgør hvilken graf, der hører til hvilken funktion.

Opgave 35

Figuren viser grafen for en eksponentialfunktion *f*.



Benyt figuren til at bestemme eksponentialfunktionens fordoblingskonstant.

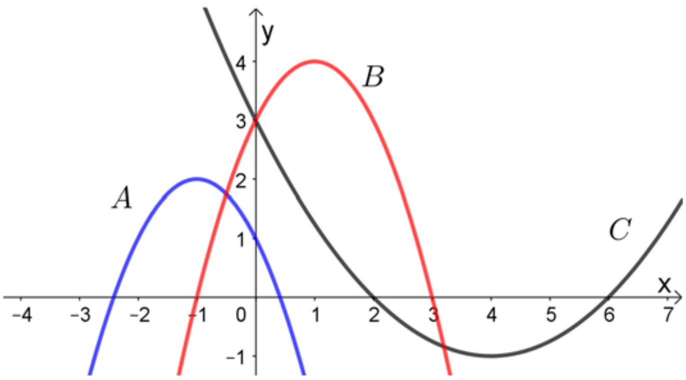
Opgave 36

På figuren ses graferne for tre andengradspolynomier *f*, *g* og *h*, som har forskrifterne

$f(x) = -x^2 + 2x + 3$,

$g(x) = -x^2 - 2x + 1$, og

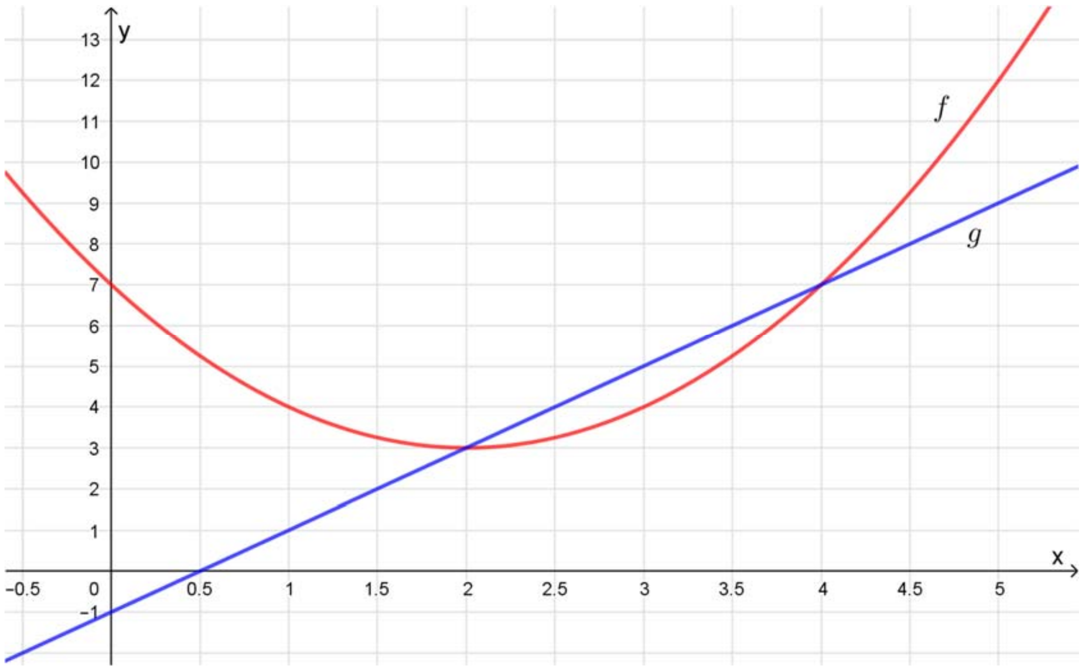
$h(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3$



Hvilken graf hører til hvilken funktion? Svaret skal begrundes.

Opgave 37

Figuren viser graferne for en lineær funktion g og et andengradspolynomium f.



Benyt figuren til at løse ligningen $g(x) = f(x)$.

Opgave 38

Lad p være en funktion givet ved

$$p(x) = 2x^4 - x^3 + 5x + 7$$

Bestem skæringspunktet mellem grafen for p og koordinatsystemets y-akse.

Opgave 39

Lad f betegne eksponentialfunktionen givet ved $f(x) = 1{,}05^x$.

Bestem funktionens fordoblingskonstant.

Opgave 40

På en græsplæne måles højden af græsset lige efter en græsslåning til 45 millimeter. Gartneren ved, at græsset vokser 5 millimeter i døgnet.

Indfør passende variable, og opstil en model, som beskriver sammenhængen mellem græssets højde og tiden siden seneste slåning.

Opgave 41

En gryde med vand varmes op på en kogeplade.

Lad t betegne tiden i minutter fra starten af målingerne og lad T betegne vandets temperatur. Til tiden $t = 0$ er vandets temperatur $12°C$. Mens vandet opvarmes stiger temperaturen med $3°C$ pr. minut.

Opstil en model for sammenhængen mellem vandets temperatur og tiden fra starten af målingerne.

Opgave 42

En lineær funktion *f* er bestemt ved

$$f(x) = -3 \cdot x + 5 .$$

Nogle værdier for *f* er vist i tabellen.

x	-1	0	
$f(x)$			2

Udfyld tabellens tomme felter.

Opgave 43

En funktion *f* er bestemt ved

$$f(x) = 3 \cdot x^2 .$$

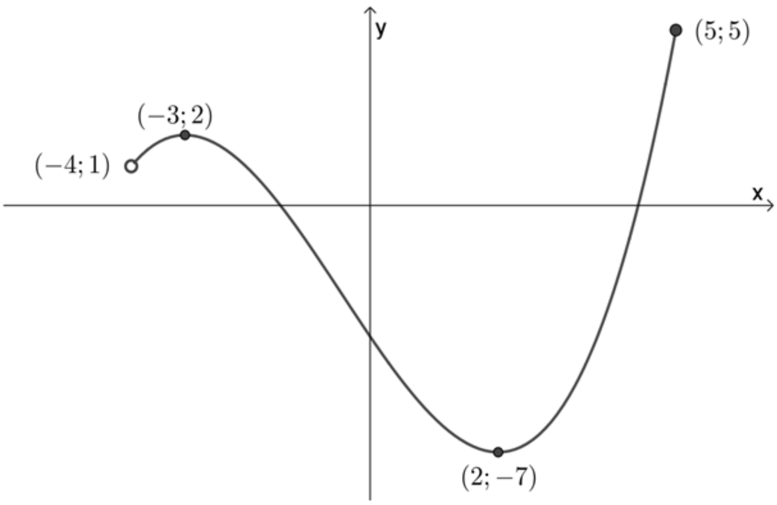
Nogle værdier for *f* er vist i tabellen.

x	-1	0	2
$f(x)$			

Udfyld tabellens tomme felter.

Opgave 44

Grafen for en funktion *f* er vist på nedenstående figur.



Angiv funktionens monotoniforhold.

- anvendelse af regression til bestemmelse af funktionsforskrifter, der beskriver et givet datasæt

Opgave 45

Tabellen viser antal frøer *N* i et vandhul i perioden fra 2012-2015. Tiden *t* måles i år fra 2012.

Følgende data er tilgængelige:

Tid *t*	0	1	2	3
Antal frøer *N*	4520	4260	4000	3750

Det oplyses, at udviklingen i antal frøer tilnærmelsesvis kan beskrives ved en model på formen:

$$N(t) = a \cdot t + b$$

a) Bestem *a* og *b*.
b) Hvad fortæller tallet *a* om udviklingen i antal frøer?

Opgave 46

Intensiteten af strålingen fra en mobiltelefon aftager, når afstanden til mobiltelefonen øges. I tabellen ses sammenhørende værdier af intensitet I og afstand x. Der ses bort fra enheder.

Afstand x	0,01	0,05	0,1	0,2	1
Intensitet I	201,00	9,20	2,02	0,45	0,02

Det vides, at intensiteten I og afstanden x tilnærmelsesvist kan beskrives med en model på formen

$$I(x) = b \cdot x^a$$

Bestem a og b.

- differentialkvotient; differenskvotient, overgang fra sekant til tangent, tangentligning, væksthastighed, differentialkvotientens sammenhæng med monotoniforhold, ekstrema og optimering

- bestemmelse af den afledede funktion for lineære funktioner, polynomier og potensfunktioner, kendskab til afledet funktion for eksponentialfunktionen, anvendelse af regneregler for differentiation af sum, differens og funktion multipliceret med konstant

Opgave 47

Funktionen f er bestemt ved forskriften

$$f(x) = 4x^3 + 5x^2 + 8\,.$$

Bestem $f'(2)$.

Opgave 48

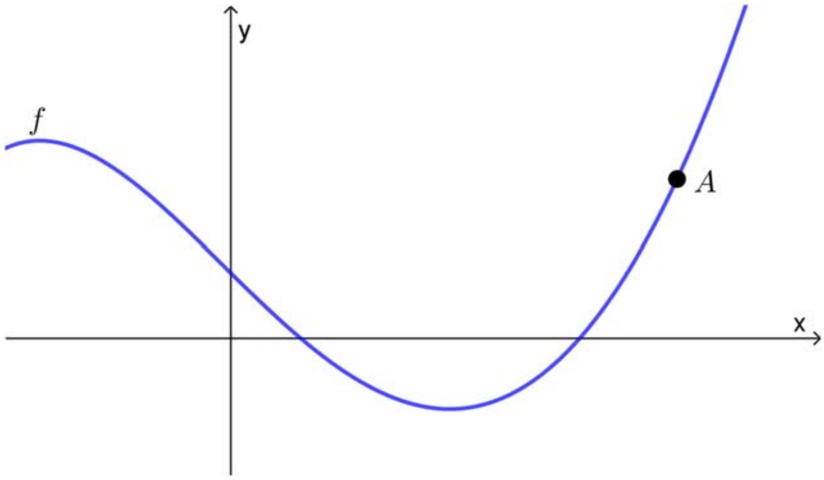
Funktionen f er bestemt ved forskriften

$$f(x) = 3x^2 + 4x - 1\,.$$

Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $(1;6)$.

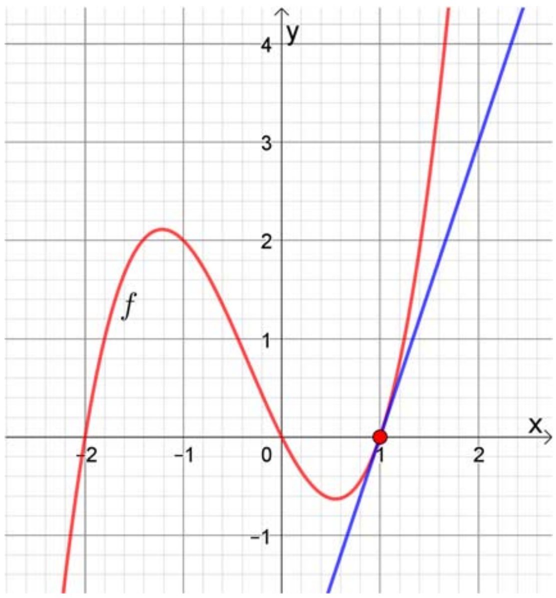
Opgave 49

På figuren nedenfor ses grafen for funktionen f .



Tegn både en sekant og en tangent gennem punkt *A*.

Opgave 50

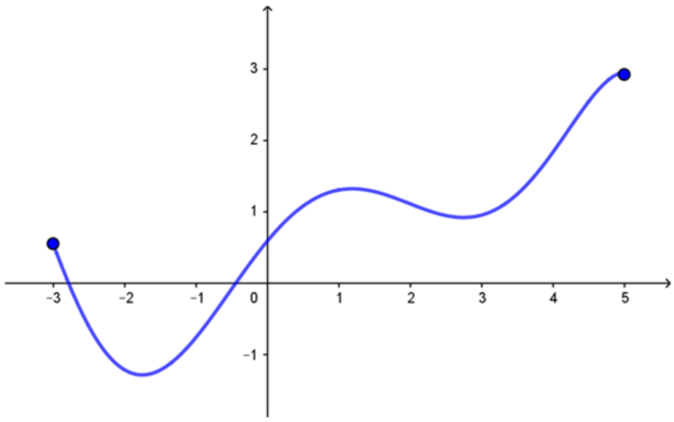


Figuren viser grafen for en funktion *f* og dens tangent i $x=1$.

Benyt figuren til at bestemme $f'(1)$.

Opgave 51

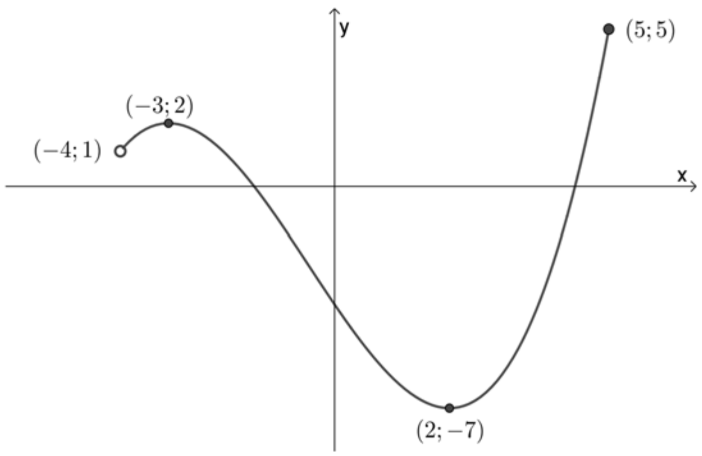
Nedenfor ses grafen for en funktion f .



Benyt grafen til at bestemme fortegnet på $f'(-1)$.

Opgave 52

Grafen for en funktion f er vist på nedenstående figur.



Løs ligningen $f'(x) = 0$.

- integralregning; integrationsprøven, anvendelse af stamfunktion til bestemmelser af arealer under grafen for positive funktioner

Opgave 53

Funktionerne f og F, er bestemt ved forskrifterne

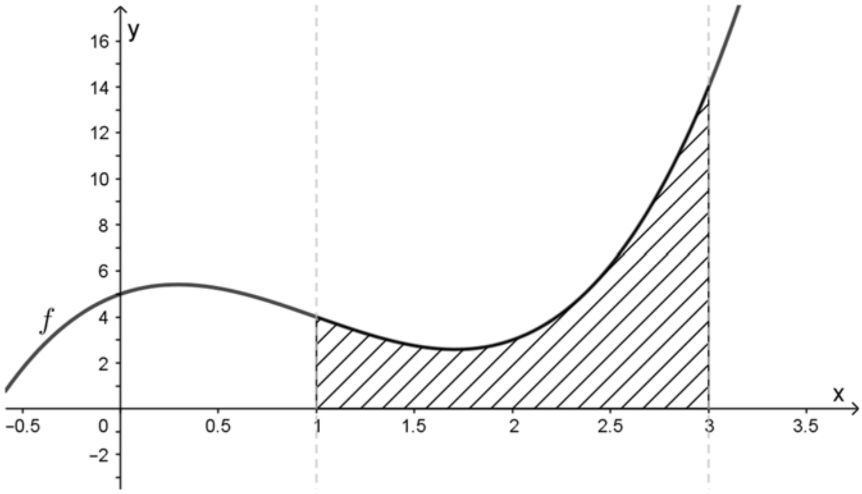
$$f(x) = 6x^2 + 8x$$

$$F(x) = 2x^3 + 4x^2 - 10$$

Vis, at F er en stamfunktion til f.

Opgave 54

Figuren viser grafen for en funktion f.



Funktionen f er bestemt ved forskriften

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3x + 5 .$$

Det skraverede område på figuren angiver arealet af området afgrænset af x-aksen, f samt linjerne $x = 1$ og $x = 3$.

Bestem arealet af det skraverede område.

Opgave 55

Grafen for funktionen $f(x) = x^2 - 4x$ afgrænser sammen med x-aksen et område der har et areal.

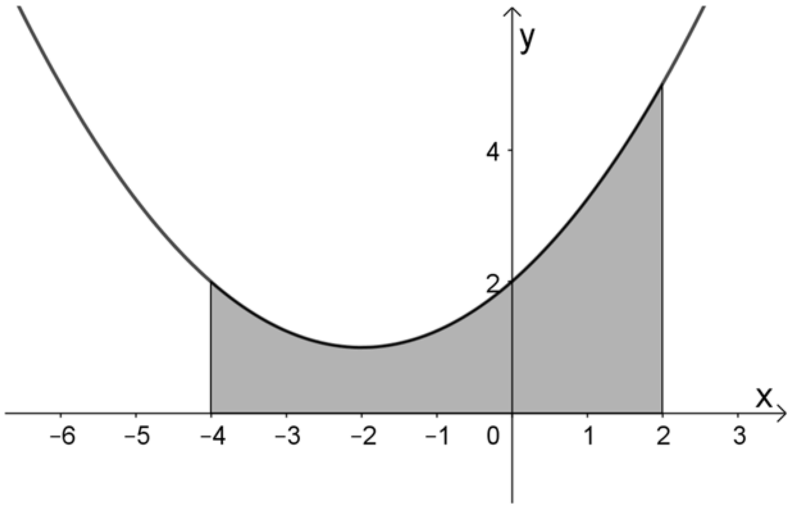
Bestem størrelsen af dette areal.

Opgave 56

Grafen for en funktion

$$f(x)=\tfrac{1}{4}x^2+x+2$$

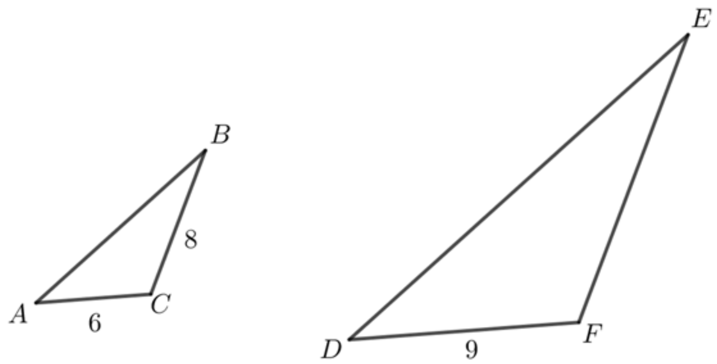
afgrænser sammen med *x*-aksen et område i intervallet $[-4;2]$.



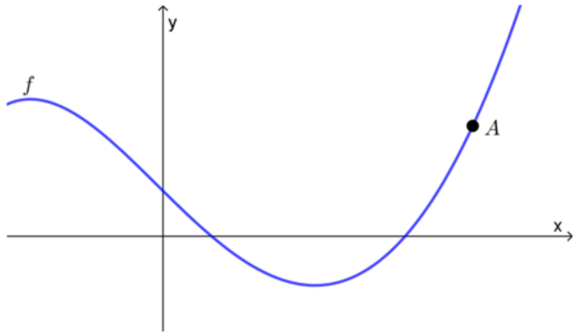
Opstil et integral til bestemmelse af områdets areal.

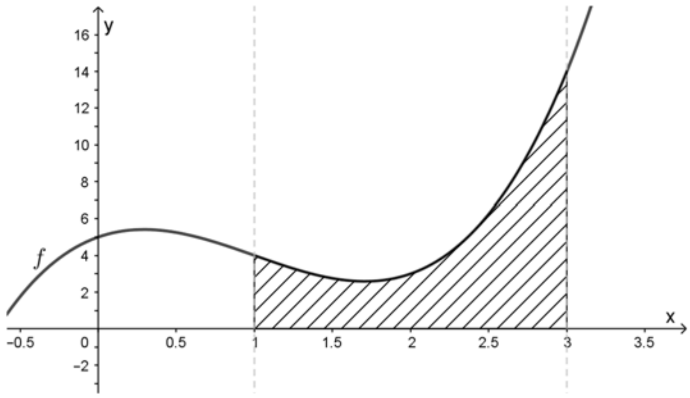
Nedenfor er vist tre eksempler på sammensætning af en mindstekravsopgave, der afprøver fagets mindstekrav.

Eksempel 1

Spørgsmål 1	Nedenfor er en ligning løst. $3x+2(x+1)+7=5$ $3x+2x+2+7=5$ $5x+9=5$ $5x=-4$ $x=-\frac{4}{5}$ Forklar, hvad der er gjort i hvert trin.
Spørgsmål 2	To ensvinklede trekanter er vist på figuren.  **Størrelsesforholdene er ikke korrekte.** Følgende sidelængder oplyses: $\lvert AC\rvert=6$, $\lvert BC\rvert=8$ *og* $\lvert DF\rvert=9$ Bestem $\lvert FE\rvert$.
Spørgsmål 3	Tegn grafen for en funktion *f*, der opfylder følgende: • definitionsmængden er $\mathrm{Dm}(f)=[-4;5]$ • funktionen har et maksimum i punktet $(3;6)$.
Spørgsmål 4	Funktionen *f* er bestemt ved forskriften $f(x)=3x^2+4x-1$. Bestem en ligning for tangenten i punktet $(1;6)$.

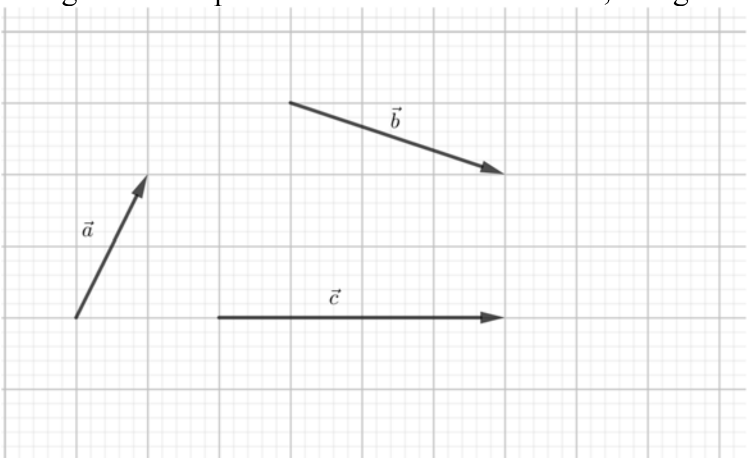
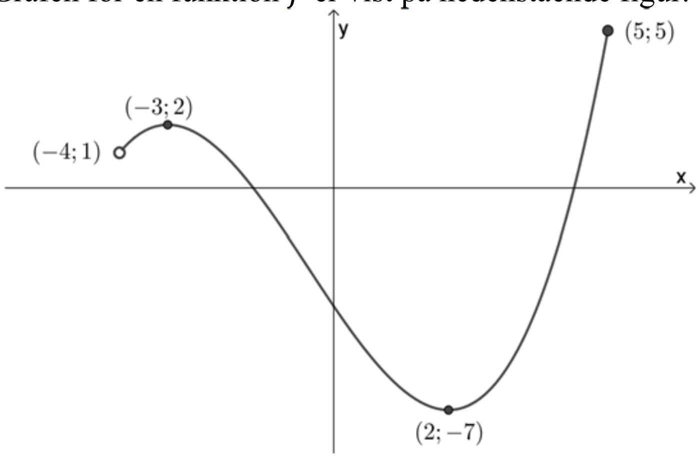
Eksempel 2

<table>
<tr><td>Spørgsmål 1</td><td>Nedenfor er et udtryk reduceret.
$4\cdot(5a-b)+b-3a$
$=20a-4b+b-3a$
$=17a-3b$
Forklar hvert trin i reduktionen.</td></tr>
<tr><td>Spørgsmål 2</td><td>En vektor $\vec{a}$ er bestemt ved
$$\vec{a}=\begin{pmatrix}5\cdot\cos(60°)\\ 5\cdot\sin(60°)\end{pmatrix}$$
Forklar hvad tallene 5 og $60°$ fortæller om $\vec{a}$.</td></tr>
<tr><td>Spørgsmål 3</td><td>På figuren nedenfor ses grafen for funktionen f.


Tegn både en sekant og en tangent gennem punkt A.</td></tr>
<tr><td>Spørgsmål 4</td><td>Figuren viser grafen for en funktion f.


Funktionen f er bestemt ved forskriften
$$f(x)=2x^3-6x^2+3x+5.$$
Det skraverede område på figuren angiver arealet af området afgrænset af x-aksen, f samt linjerne $x=1$ og $x=3$.
Bestem arealet af det skraverede område.</td></tr>
</table>

Eksempel 3

Spørgsmål 1	Undersøg om $x = 2$ er en løsning til denne ligning: $x^2 - 5x + 6 = 0$.
Spørgsmål 2	På figuren ses repræsentanter for vektorerne $\vec{a}$, $\vec{b}$ og $\vec{c}$.  Indtegn en repræsentant for vektoren $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.
Spørgsmål 3	En cirkel C og en linje l er bestemt ved ligningerne $C: (x-4)^2 + (y-5)^2 = 3^2$ $l: y = x - 2$ a) Tegn cirklen og linjen i samme koordinatsystem. b) Bestem skæringspunkterne mellem cirklen og linjen.
Spørgsmål 4	Grafen for en funktion f er vist på nedenstående figur.  Løs ligningen $f'(x) = 0$.