



Mindstekrav – en eksempelsamling til matematik C, B og A

Materialet indeholder eksempler på mindstekravsopgaver i matematik på hf og stx på C-, B- og A-niveau og er et supplement til de eksempler, der er angivet i undervisningsvejledningen.

Den indledende tekst er en kopi af undervisningsvejledningens udlægning af mindstekravene, der er medtaget her for overskuelighedens skyld. Desuden er eksemplerne fra undervisningsvejledningens bilag 2 også medtaget sidst i materialet.

For hver opgaver er det markeret, hvilket niveau opgaven hører til (C, B eller A), og om opgaven hører til i delprøve 1 (D1) eller delprøve 2 (D2).

Det skal understreges, at dette er en samling af eksempler og ikke en udtømmende liste over opgavetyper.

Mindstekrav

Mindstekravene udgør dels en balance mellem *færdigheder* og *kompetencer* og dels en balance mellem *uden* og *med* matematisk værktøjsprogram.

Mindstekravene knytter sig til de mest enkle og lettest forståelige dele af kernestoffet, som en elev forventes at kunne begå sig inden for. Mindstekravene retter sig dermed mod de grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer med og uden matematiske værktøjsprogrammer, som en elev som minimum skal kunne mestre inden for et givet felt, når eleven har gennemført og bestået matematik på det aktuelle niveau.

Mindstekravene kæder viden og begrebsforståelse sammen med færdigheder og kompetencer i relation til simpel ræsonnement, modellering og problemløsning. Kravene til brug af matematiske værktøjsprogrammer bygger på forståelse og fortolkning af såvel input som output både grafisk og symbolsk, og derfor dækker mindstekrav også over basal brug af de muligheder, som matematiske værktøjsprogrammer tilbyder.

Mindstekrav må ikke forveksles med beherskelse af basale algebraiske færdigheder alene. Beherskelse af basale algebraiske færdigheder uden matematiske værktøjsprogrammer udgør en central, men mindre del af mindstekravene.

Til mindstekravene hører, at eleverne kan identificere kernen i et simpelt matematisk problem, og de kan gå til problemet med en rimelig struktureret tankegang, som de er i stand til at redegøre for. Som en del af mindstekravene skal eleven også besidde en vis robusthed, dvs. faglig fortrolighed med og selvstændighed i udvælgelse og anvendelse af metoder i en bestemt type problemløsning med og uden brug af matematiske værktøjsprogrammer.

Overordnet set ligger de grundlæggende færdigheder og kompetencer på alle de tre matematikniveauer (C-, B- og A-niveau) inden for tal, variable, problemløsning, argumentation og analyse. Bearbejdninger heraf på ét niveau vil resultere i nye færdigheder og kompetencer, der kan anvendes og give anledning til nye på næste niveau. Mindstekravene udvides således dels med henblik på reelt nyt fagligt indhold og dels med henblik på det taksonomiske niveau, hvorpå en elev forventes at kunne forholde sig til allerede behandlet fagligt stof, når eleven bevæger sig fra et matematik niveau til et andet. Men samtidigt kan mindstekrav på ét niveau (B- eller A-niveau) indeholde elementer af de(t) underliggende niveaus kernestof, som stadig er aktuelt i behandlingen af det aktuelle niveaus kernestof.

Opgaver, der afprøver, hvorvidt en elev mestrer mindstekravene, har karakter af typeopgaver, dvs. opgaver, der er forbundet med (en vis grad af) genkendelse, for den elev, der aktivt har deltaget i undervisningen på det aktuelle niveau. Opgaverne er knyttet til hvert af de faglige emner i kernestoffet og består af spørgsmål med et eller få trin svarende til det unistrukturelle niveau i SOLO-taksonomien, herunder brug af simple kommandoer i et matematisk værktøjsprogram. Når en opgave omfatter et element af anvendelsesorientering, så beskrives problemstillingen i en kort og letforståelig tekst. Tilsvarende er symbolbruget i 'nøgne' matematikopgaver letforståelig. Opgaverne fokuserer dels på beregninger, dels på forståelse og stilles ved de skriftlige prøver på B- og A-niveau både ved delprøve 1 og delprøve 2.



Overordnet fokuserer mindstekravsopgaverne som udgangspunkt på følgende kategorier af færdigheder og kompetencer, som optræder inden et eller flere kernestofemner:

Begreber og symboler:

- Kende begrebsbetegnelser (ord og symboler) og betydning af begreber
- Indføre variable og angive symbolske betegnelser

Formler og funktioner:

- Omskrive og reducere formler og udtryk med papir/blyant og med CAS
- Indsætte konkrete værdier i formler (forskrifter) og tilskrive resultatet betydning
- Aflæse indgående størrelser og tilskrive størrelserne betydning (matematisk og i kontekst)
- Opstille formler og udtryk ud fra givne oplysninger eller en sproglig beskrivelse

Ligningsløsning:

- Afgøre om et oplyst resultat (værdi, udtryk, funktion) er en løsning til en ligning med papir/blyant og med CAS
- Algebraisk løsning af ligninger med papir/blyant og med CAS (herunder differentialligninger på A-niveau)
- Grafisk løsning af ligninger med papir/blyant og med matematisk værktøjsprogram

Operationer på funktioner: Kun relevant for B-niveau og A-niveau

- Differentiere funktioner med papir/blyant og med CAS
- Sammensætte funktioner med papir/blyant og med CAS
- Bestemme stamfunktioner og areal med papir/blyant og med CAS (A-niveau)

Grafer og figurer:

- Tegne grafer og grafiske repræsentationer samt geometriske figurer med papir/blyant og med matematisk værktøjsprogram, herunder hensigtsmæssigt valg af 'grafvindue'
- Aflæse på forelagte grafer og grafiske repræsentationer samt geometriske figurer på selvfrebragte (med papir/blyant og med matematisk værktøjsprogram) grafer (og geometriske figurer) – og tilskrive resultater betydning (matematisk og i kontekst)

Tabeller:

- Aflæse data fra tabel, herunder funktionstabel og sandsynlighedsfordeling
- Opskrive (importere) data i tabel, herunder frembringelse af funktionstabel med papir/blyant og med CAS

'Black box'-kommandoer i matematiske værktøjsprogram:

- Anvende indbyggede 'en-knap-kommandoer'
- Anvende indbyggede statistisk undersøgelser af data

I bilag 2 findes eksempler på opgavetyper, der beskriver kategoriernes indhold. Mindstekravene, som de eksplicit kommer til udtryk ved de skriftlige prøver, fremgår af de vejledende opgaver. Ovenstående (inkl. opgaverne i bilag 2) er således ikke en udtømmende liste, men blot eksempler, der anskueliggør kravene.



Mindstekrav - eksempelsamling

Indholdsfortegnelse

1. Begreber og symboler.....	4
Kende begrebsbetegnelser (ord og symboler) og betydning af begreber	4
Indføre variable og angive symbolske betegnelser.....	5
2. Formler og funktioner.....	6
Omskrive og reducere formler og udtryk med papir/blyant og med CAS.....	6
Indsætte konkrete værdier i formler (forskrifter) og tilskrive resultatet betydning	6
Aflæse indgående størrelser og tilskrive størrelserne betydning (matematisk og i kontekst)	8
Opstille formler og udtryk ud fra givne oplysninger eller en sproglig beskrivelse	9
3. Ligningsløsning	10
Afgøre om et oplyst resultat er en løsning til en ligning med papir/blyant og med CAS.....	10
Algebraisk løsning af ligninger med papir/blyant og med CAS.....	10
Grafisk løsning af ligninger med papir/blyant og med matematisk værktøjsprogram	11
4. Operationer på funktioner.....	13
Differentiere funktioner med papir/blyant og med CAS	13
Integrere funktioner / bestemme stamfunktioner med papir/blyant og med CAS	13
Sammensætte funktioner med papir/blyant og med CAS.....	13
5. Grafer og figurer.....	14
Tegne grafer og grafiske repræsentationer samt geometriske figurer med papir/blyant og med matematisk værktøjsprogram, herunder hensigtsmæssig valg af 'grafvindue'	14
Aflæse på forelagte grafer og grafiske repræsentationer samt geometriske figurer og på selvfrebragte (med papir/blyant og med matematisk værktøjsprogram) grafer (og geometriske figurer) – og tilskrive resultater betydning (matematisk og i kontekst).....	17
6. Tabeller.....	21
Aflæse data fra tabel, herunder funktionstabel (herunder sand- synlighedsfordeling).....	21
Opskrive (importere) data i tabel, herunder frembringelse af funktionstabel med papir/blyant og med CAS	21
7. 'Black box' kommandoer i matematisk værktøjsprogram	23
Anvende indbyggede 'en-knap-kommandoer'	23
Undervisningsvejledningen Bilag 2: Eksempler på opgaver i mindstekravskategorierne.....	27

1. Begreber og symboler

1. Begreber og symboler

Kende begrebsbetegnelser (ord og symboler) og betydning af begreber

Opgave 1
Stx A D1

Vektorfunktionen $\vec{r}(t)$ har en lodret tangent i punktet $P(1,2)$.

Gør rede for, hvad dette betyder for hastighedsvektoren i P .

Opgave 2
Stx/hf B D1

Bestem diskriminanten for andengradsligningen

$$2x^2 + 3x - 5 = 0.$$

Opgave 3
Stx/hf B D1

Det oplyses, at diskriminanten for et andengradspolynomium er 10.

Gør rede for, hvad dette betyder for grafens beliggenhed.

Opgave 4
Stx/hf B D1

Om en funktion f oplyses at $f'(7) = 3$.

Gør rede for, hvad dette betyder for grafen for f .

Opgave 5
Stx/hf B D2

En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3 + 5x^2 + 3x - 9.$$

Bestem funktionens nulpunkter.

Opgave 6
Stx/hf C D1

Bestem hældningskoefficienten for den rette linje, der er graf for den lineære funktion f , og går gennem punkterne $(3,7)$ og $(12,10)$.

Opgave 7
Stx C D1

Det oplyses, at skalarproduktet mellem vektorerne \vec{a} og \vec{b} er 0.

Gør rede for, hvad det betyder for vektorernes indbyrdes beliggenhed.

1. Begreber og symboler

Opgave 8 Stx/hf C D2

I en model kan udviklingen i antallet af gymnasieelever i Danmark i perioden 2005-2012 beskrives ved

$$f(x) = 3679x + 61112,$$

hvor $f(x)$ angiver antallet af gymnasieelever i Danmark til tiden x år efter 2005.

Det oplyses, at der var 89837 gymnasieelever i Danmark i år 2013.

Bestem den relative afvigelse mellem det faktiske antal gymnasieelever og modellens bud på antal gymnasieelever.

Indfør variable og angiv symbolske betegnelser

Opgave 9 Stx A D1/D2

For en bestemt bil gælder, at bilens bevægelsesenergi er proportional med kvadratet på bilens hastighed. Det oplyses, at proportionalitetskonstanten er 450.

Indfør passende variable, og opstil et udtryk for bilens bevægelsesenergi som funktion af bilens hastighed.

Opgave 10 Stx/hf B D1/D2

For en bestemt gas er trykket af gassen omvendt proportional med volumen af gassen. Det oplyses, at proportionalitetskonstanten er 7923.

Indfør passende variable, og opstil et udtryk for trykket af gassen som funktion af volumen af gassen.

Opgave 11 Stx/hf C D1/D2

En bestemt population vokser eksponentielt med 30% om året.

Indfør passende variable, og opstil en model for udviklingen af populationens størrelse.

2. Formler og funktioner

2. Formler og funktioner

Omskrive og reducere formler og udtryk med papir/blyant og med CAS

Opgave 12 Reducér udtrykket $(2a + 3) \cdot (3a - 5) + a$.
Stx A D1

Opgave 13 Reducér udtrykket $5 - 2a \cdot (3 + a)$.
Stx/hf B D1

Opgave 14 Sæt tallet 3 uden for en parentes i udtrykket $15 + 3a$.
Stx/hf C D1

Indsætte konkrete værdier i formler (forskrifter) og tilskrive resultatet betydning

Opgave 15 En differentiaalligning er givet ved
Stx A D1

$$\frac{dy}{dx} = 5 - 2y.$$

Bestem den fuldstændige løsning til differentiaalligningen.

Opgave 16 Udviklingen i antallet af fugle på en ø kan beskrives ved
Stx A D1

$$N(t) = \frac{1300}{1 + 12 \cdot e^{-0,07t}},$$

hvor $N(t)$ betegner antallet af fugle på øen til tiden t (målt i måneder).

Bestem $N(0)$, og fortolk resultatet.

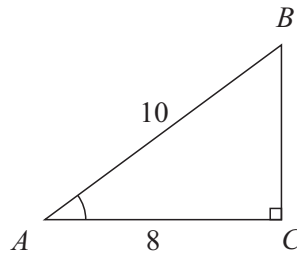
Opgave 17 En cirkel har radius 6 og centrum i punktet $(3,1)$.
Stx/hf B D1

Bestem en ligning for cirklen.

2. Formler og funktioner

Opgave 18

hf C D1

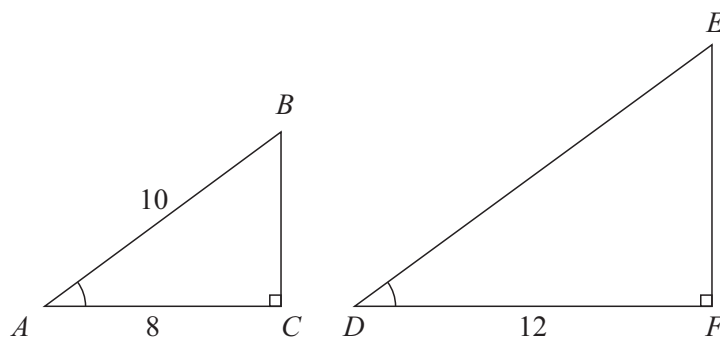


På figuren ses en retvinklet trekant, hvor nogle af sidelængderne er angivet.

Bestem $|BC|$.

Opgave 19

hf C D1



På figuren ses to ensvinklede trekanter, hvor nogle af sidelængderne er angivet.

Bestem $|DE|$.

Opgave 20

Stx/hf C D1

En lineær sammenhæng er givet ved

$$y = -2x + 5.$$

Bestem y når $x = 2,5$, og fortolk resultatet.

Opgave 21

Stx C D1

To vektorer \vec{a} og \vec{b} er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Bestem $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

2. Formler og funktioner

Opgave 22 To vektorer \vec{a} og \vec{b} er givet ved
Stx C D1

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Bestem $\det(\vec{a}, \vec{b})$.

Opgave 23 For planeterne i Solsystemet kan en planets gennemsnitstemperatur som funktion planetens afstand til Solen beskrives ved
Stx/hf C D2

$$f(x) = 5244 \cdot x^{-0,55},$$

hvor $f(x)$ angiver planetens gennemsnitstemperatur (målt i Kelvin), og x angiver planetens afstand til Solen (målt i mio. km.)

Bestem $f(150)$, og fortolk resultatet.

Aflæse indgående størrelser og tilskrive størrelserne betydning (matematisk og i kontekst)

Opgave 24 Udviklingen i antallet af fugle på en ø kan beskrives ved
Stx A D1

$$N(t) = \frac{1300}{1 + 12 \cdot e^{-0,07t}},$$

hvor $N(t)$ betegner antallet af fugle på øen til tiden t (målt i måneder).

Gør rede for, hvad tallet 1300 betyder for udviklingen i antallet af fugle.

Opgave 25 En parameterfremstilling for en linje er givet ved
Stx B D1

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Gør rede for, hvad vektorerne $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ og $\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ betyder for linjens beliggenhed.

Opgave 26 Funktionen f er givet ved
Stx/hf C D1

$$f(x) = -3x + 5.$$

Gør rede for betydningen af de to konstanter i forskriften.

2. Formler og funktioner

Opstille formler og udtryk ud fra givne oplysninger eller en sproglig beskrivelse

Opgave 27 Vægten af en bestemt type flødeboller er normalfordelt med middelværdi 50 g og
Stx A D1/D2 spredning 3 g.

Indfør passende betegnelser, og opskriv tæthedsfunktionen.

Opgave 28 Et udlejningsfirma udlejer borde og stole. Firmaet har følgende to tilbud:
Stx A D1/D2

- 4 borde og 26 stole til 432 kr.
- 6 borde og 38 stole til 636 kr.

Lad x betegne antal borde, og lad y betegne antal stole.

Opstil et ligningssystem, som kan bruges til at bestemme prisen for et bord og prisen for en stol.

Opgave 29 Grafen for en positiv funktion f afgrænser i første kvadrant sammen med
Stx A D1 koordinatsystemets akser og linjen med ligningen $x = 4$ en punktmængde M .

Opskriv det bestemte integral, som benyttes til at bestemme arealet af M .

Opgave 30 I en bestemt population af insekter fordobles antallet af individer efter 6 uger.
Stx/hf B D1

Opskriv en ligning til at bestemme vækstraten for udviklingen i antallet af insekter.

Opgave 31 Tabellen viser prisen for en bluse før og efter et udsalg.
Stx/hf C D2

Pris før	Pris efter
300 kr.	200 kr.

Bestem den procentvise ændring af prisen på blusen.

Opgave 32 Antallet af individer i en bestemt population af insekter vokser eksponentielt med 20% om
Stx/hf C D1 måneden.

Opstil en ligning til at bestemme hvor lang tid, der går, før antallet af insekter i populationen er fordoblet.

3. Ligningsløsning

3. Ligningsløsning

Afgøre om et oplyst resultat er en løsning til en ligning med papir/blyant og med CAS

Opgave 33 En funktion f er givet ved
Stx A D2

$$f(x) = 100 - 99,6 \cdot e^{0,11x}.$$

Undersøg om f er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = 0,11 \cdot (100 - y).$$

Opgave 34 En cirkel er givet
Stx/hf B D1/D2

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 35 = 0.$$

Undersøg om punktet $P(5,3)$ ligger på cirklen.

Opgave 35 Undersøg om $x = 7$ er løsning til ligningen
Stx/hf C D2

$$15 = 3 \cdot 1,2^x.$$

Algebraisk løsning af ligninger med papir/blyant og med CAS

Opgave 36 Løs ligningssystemet
Stx A D1

$$\begin{aligned}y &= x - 2 \\ 2x + y &= 7.\end{aligned}$$

Opgave 37 Løs ligningen
Stx/hf B D1

$$(x - 3) \cdot (x + 5) = 0.$$

Opgave 38 Isolér R i ligningen
Stx/hf C D1

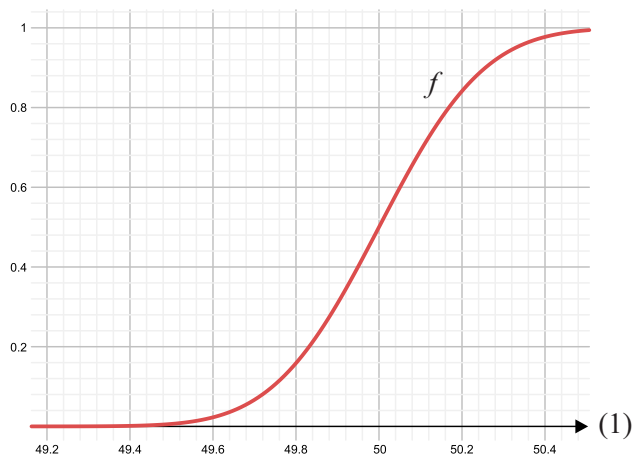
$$\frac{U}{R} = I.$$

3. Ligningsløsning

Grafisk løsning af ligninger med papir/blyant og med matematisk værktøjsprogram

Opgave 39
Stx A D1

Funktionen f på nedenstående figur viser fordelingsfunktionen for en normalfordelt variabel X .

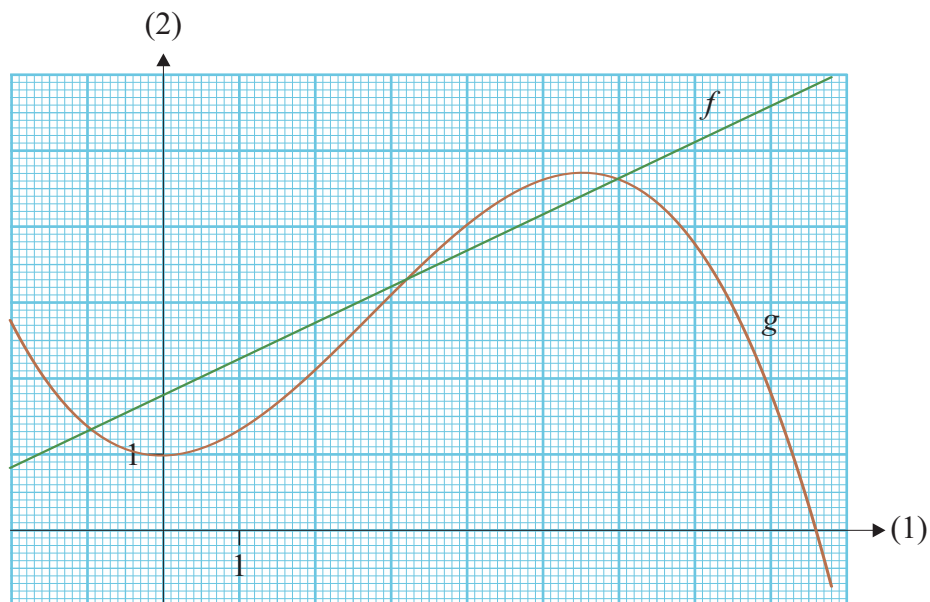


Bestem $E(X)$.

Bestem $P(X \leq 49,8)$.

Opgave 40
Stx/hf B D1

Figuren viser graferne for to funktioner f og g .

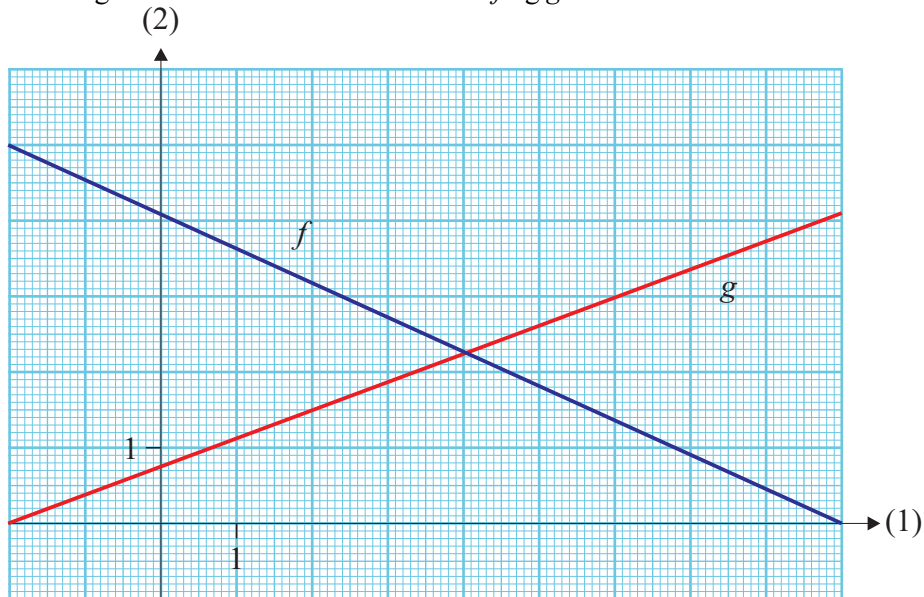


Løs ligningen $f(x) = g(x)$.

3. Ligningsløsning

Opgave 41
Stx/hf C D1

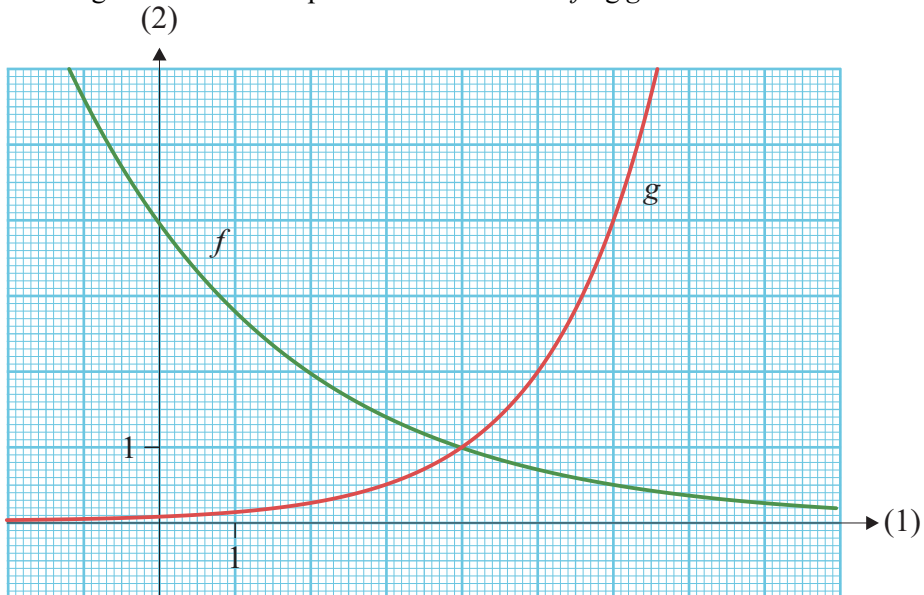
Figuren viser graferne for to lineære funktioner f og g .



Bestem løsningen til ligningen $f(x) = g(x)$.

Opgave 42
Stx/hf C D1

Figuren viser graferne for to eksponentielle funktioner f og g .



Bestem løsningen til ligningen $f(x) = g(x)$.

4. Operationer på funktioner

4. Operationer på funktioner

Differentiere funktioner med papir/blyant og med CAS

Opgave 43 En funktion f er bestemt ved
Stx/hf B D1

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{x}, \quad x > 0.$$

Bestem $f'(x)$.

Integrere funktioner / bestemme stamfunktioner med papir/blyant og med CAS

Opgave 44 En funktion f er bestemt ved
Stx A D1

$$f(x) = e^x + 6x^2.$$

Bestem $\int f(x) dx$.

Sammensætte funktioner med papir/blyant og med CAS

Opgave 45 En funktion f er givet ved
Stx/hf B D1

$$f(x) = -2x + 3.$$

Bestem en forskrift for funktionen g givet ved $g(x) = f(x) + 5$.

Opgave 46 En funktion f er givet ved
Stx/hf B D1

$$f(x) = 3x + 1.$$

Bestem en forskrift for funktionen g givet ved $g(x) = 4 \cdot f(x)$.

5. Grafer og figurer

5. Grafer og figurer

Tegne grafer og grafiske repræsentationer samt geometriske figurer med papir/blyant og med matematisk værktøjsprogram, herunder hensigtsmæssig valg af 'grafvindue'

Opgave 47 En vektorfunktion \vec{r} er bestemt ved
Stx A D2

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 3t \\ 2t - 1 \end{pmatrix}.$$

Tegn banekurven for \vec{r} , når $0 \leq t \leq 5$.

Opgave 48 En funktion f er bestemt ved
Stx A D1

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & x \leq -1 \\ 2x^2 + 1 & x > -1. \end{cases}$$

Tegn grafen for f .

Opgave 49 En funktion f er bestemt ved
Stx A D2

$$f(x) = 2 \cdot \sin(0,3 \cdot x) + 1, \quad x \in [0; 20].$$

Tegn grafen for f .

Opgave 50 Et andengradspolynomium f er bestemt ved
Stx A D1

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c.$$

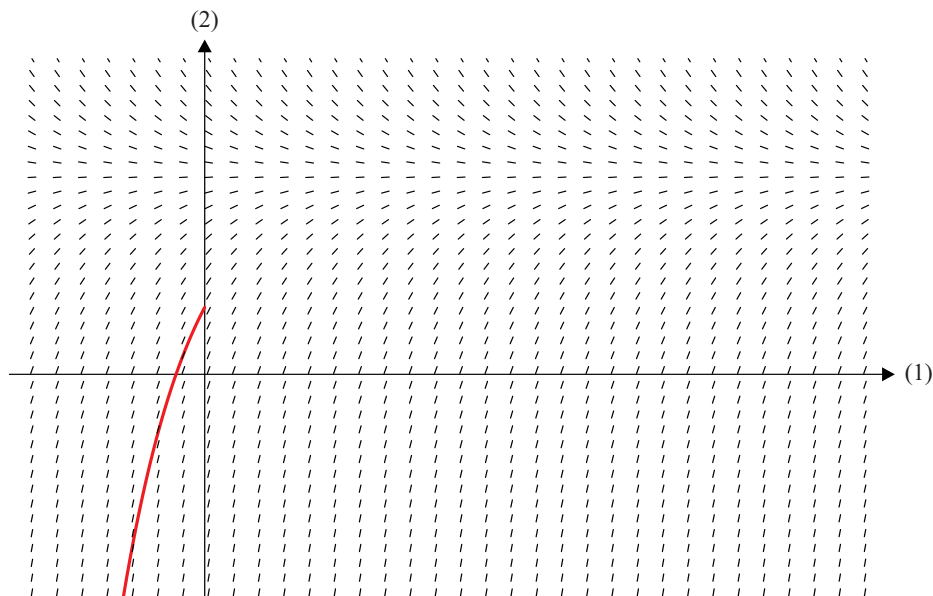
Grafen for f er en parabel.

Tegn en skitse af en mulig graf for f , når det oplyses, at $a < 0$, $b > 0$ og $c > 0$.

5. Grafer og figurer

Opgave 51

Stx A D1



På figuren ses et retningsfelt for en differentiaalligning, hvor en del af løsningskurven til en løsning til differentiaalligningen er indtegnet.

Skitsér fortsættelsen af løsningskurven.

Opgave 52

Stx/hf B D1

Et andengradspolynomium f er bestemt ved

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c.$$

Grafen for f er en parabel.

Tegn en skitse af en mulig graf for f , når det oplyses, at $a > 0$ og $c < 0$.

Opgave 53

Stx/hf B D2

To funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = -2x + 20$$

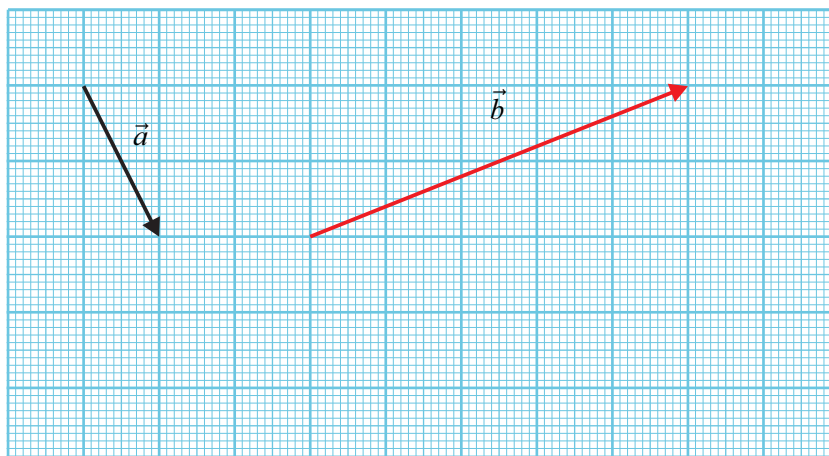
$$g(x) = x^2 - 5x - 5.$$

Tegn graferne for de to funktioner i et passende grafvindue.

5. Grafer og figurer

Opgave 54
Stx B D1

Repræsentanter for de to vektorer \vec{a} og \vec{b} er angivet på figuren.



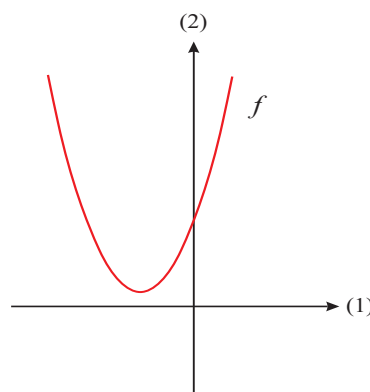
Tegn en repræsentant for vektoren $2\vec{a} + \vec{b}$.

Opgave 55
Stx/hf B D1

Figuren viser grafen for et andengradspolynomium

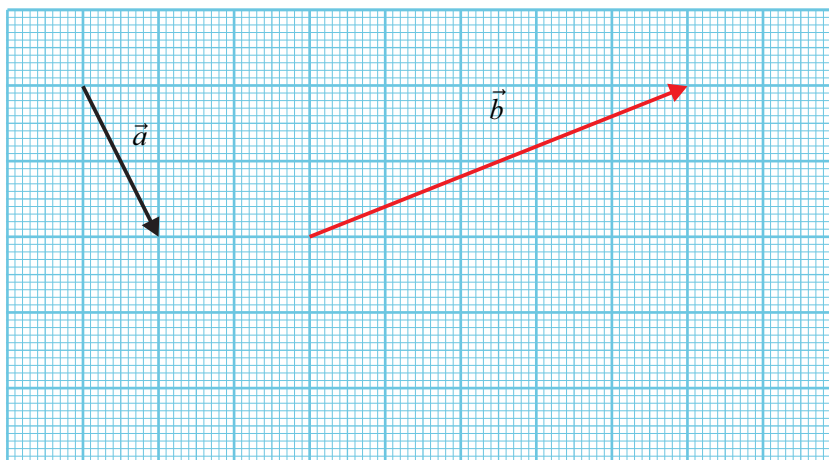
$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c.$$

Angiv fortegnet for hvert af tallene a , b og c .
Begrund svaret.



Opgave 56
Stx C D1

Figuren viser repræsentanter for to vektorer \vec{a} og \vec{b} .



Tegn en repræsentant for $\vec{a} + \vec{b}$.

5. Grafer og figurer

Opgave 57 hf C D2

For en trekant ABC er $|BC|=5$, $|AC|=8$ og $|AB|=11$.

Konstruér en målfast tegning af trekanten ABC , og forklar konstruktionen.

Opgave 58 hf C D2

For en trekant ABC er $|BC|=5$, $|AC|=8$ og $\angle C = 20^\circ$.

Konstruér en målfast tegning af trekanten ABC , og forklar konstruktionen.

Opgave 59 hf C D2

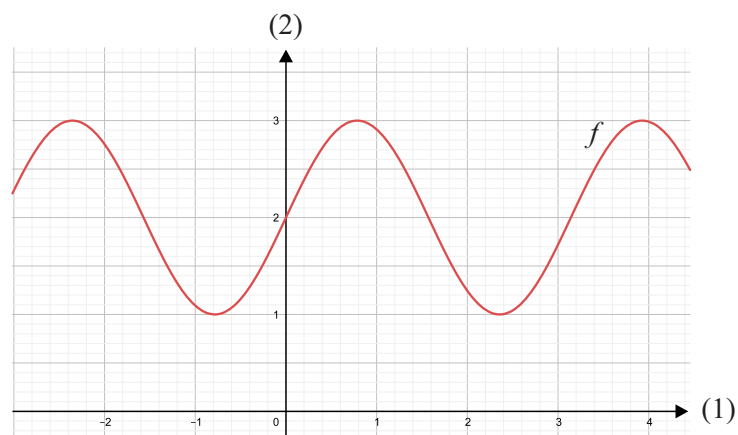
For en trekant ABC er $|BC|=5$, $\angle B = 30^\circ$ og $\angle C = 70^\circ$.

Konstruér en målfast tegning af trekanten ABC , og forklar konstruktionen.

Aflæs på forelagte grafer og grafiske repræsentationer samt geometriske figurer og på selvfrembragte (med papir/blyant og med matematisk værktøjsprogram) grafer (og geometriske figurer) – og tilskrive resultater betydning (matematisk og i kontekst)

Opgave 60 Stx A D1

Figuren viser grafen for en harmonisk svingning f .

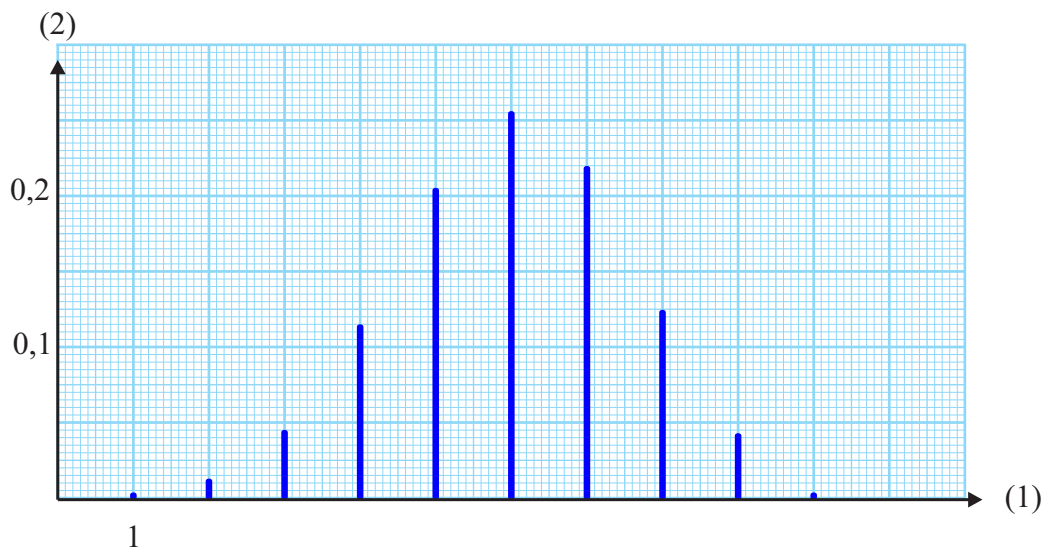


Bestem amplituden for den harmoniske svingning.

5. Grafer og figurer

Opgave 61
Stx/hf B D1

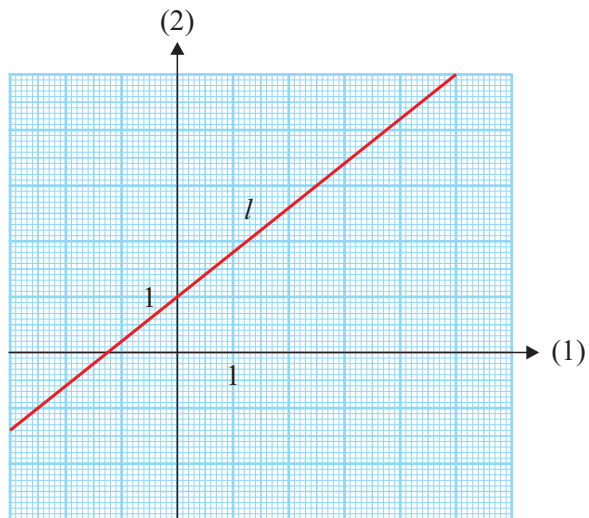
Nedenstående figur viser pindediagrammet for en binomialfordelt stokastisk variabel X .



Bestem $P(X = 5)$.

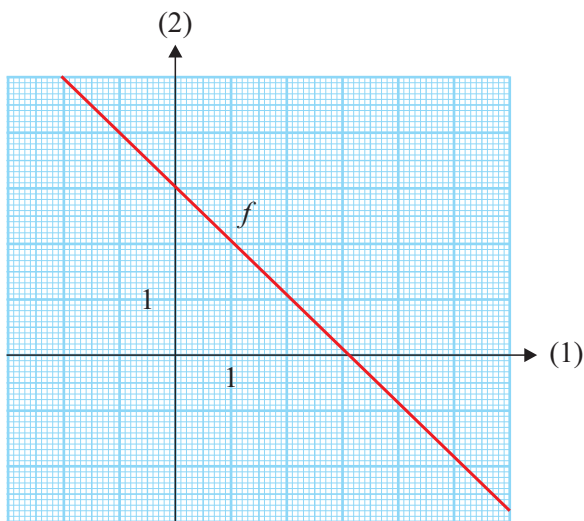
Opgave 62
Stx B D1

Bestem en parameterfremstilling for den rette linje l , som er angivet på figuren.



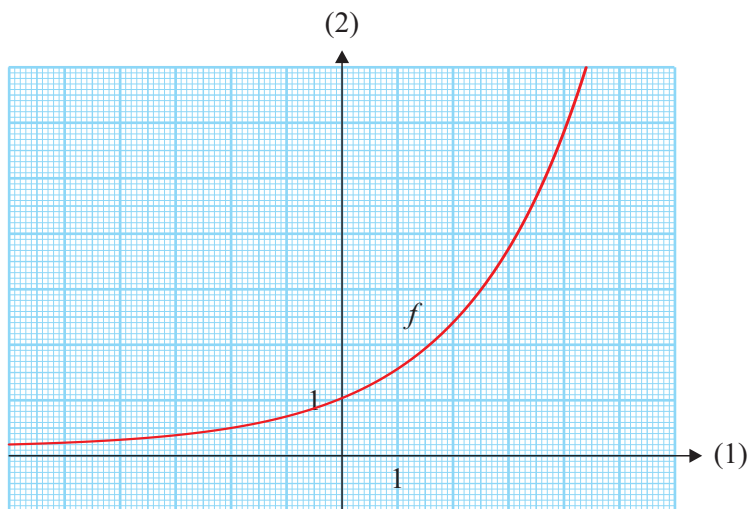
5. Grafer og figurer

Opgave 63 Figuren viser grafen for funktionen f .
Stx/hf C D1



Bestem $f(-1)$.

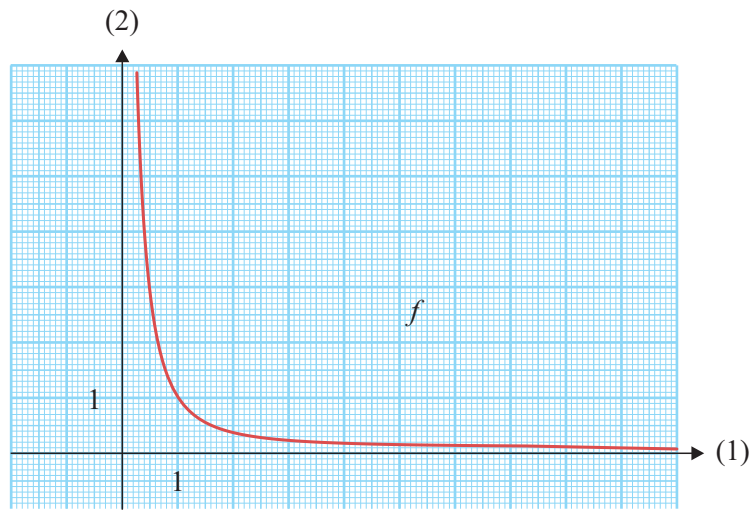
Opgave 64 Figuren viser grafen for funktionen f .
Stx/hf C D1



Bestem $f(4)$.

5. Grafer og figurer

Opgave 65 Figuren viser grafen for funktionen f .
Stx/hf C D1



Bestem $f(0,5)$.

5. Tabeller

6. Tabeller

Aflæse data fra tabel, herunder funktionstabel (herunder sand- synlighedsfordeling)

Opgave 66 Tabellen nedenfor viser udvalgte funktionsværdier for en eksponentiel funktion $f(x)$.
Stx/hf B D1

x	1	3	5
$f(x)$	4	8	16

Bestem fordoblingskonstanten for f .

Opskrive (importere) data i tabel, herunder frembringelse af funktionstabel med papir/blyant og med CAS

Opgave 67 Udviklingen i antallet af individer i en bestemt population af dyr kan beskrives ved en løsning til differentialligningen
Stx A D2

$$N' = 0,02 \cdot (300 - N),$$

hvor $N(t)$ betegner antallet af individer i populationen til tidspunktet t (målt i uger).

Udfyld de tomme felter i tabellen:

Antal individer	150	50	
Væksthastighed	3		1

Opgave 68 Udfyld resten af tabellen, når det oplyses, at f er en eksponentialfunktion, der har en fordoblingskonstant på 2.
Stx/hf B D1

x	1	3	
$f(x)$	3		24

Opgave 69 Udfyld resten af tabellen, når det oplyses, at funktionen f er lineær.
Stx/hf C D1

x	-1	0	1
$f(x)$	3	5	

5. Tabeller

Opgave 70
Stx/hf C D1

Tabellen skal vise sandsynlighederne for kast med en uærlig mønt. Udfyld resten af tabellen.

Udfald	Plat	Krone
Sandsynlighed	0,34	

Opgave 71
Stx/hf C D1

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = 3x - 10.$$

Udfyld resten af tabellen.

x	-2	2	4
$f(x)$			

Opgave 72
Stx/hf C D1

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = 4 \cdot 2^x.$$

Udfyld resten af tabellen.

x	1	2	3
$f(x)$			

Opgave 73
Stx/hf C D1

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = x^2.$$

Udfyld resten tabellen.

x	1	3	5
$f(x)$			

7. 'Black box' kommandoer i matematisk værktøjsprogram

Anvende indbyggede 'en-knap-kommandoer'

Opgave 74 Benyt et værktøjsprogram til at løse differentiallyingningen
Stx A D2

$$y' = x + 2y, \quad y(0) = 3.$$

Opgave 75 Benyt et værktøjsprogram til at løse ligningssystemet
Stx A D2

$$\begin{aligned}x + y &= 7 \\x^2 - 3y &= 7.\end{aligned}$$

Opgave 76 Benyt et værktøjsprogram til at isolere h i udtrykket
Stx/hf B D2

$$\frac{x^2 + 4 \cdot h \cdot x}{h} = 100.$$

Opgave 77 Benyt et værktøjsprogram til at løse ligningen
hf C D2

$$\sin(42^\circ) = \frac{11}{x}.$$

Opgave 78 En funktion f af to variable er givet ved
Stx A D2

$$f(x, y) = \frac{2x \cdot y}{x^2 + y^2}.$$

Bestem $\nabla f(x, y)$.

Opgave 79 En funktion f af to variable er givet ved
Stx A D2

$$f(x, y) = \frac{2x \cdot y}{x^2 + y^2}.$$

Bestem $\frac{\partial f}{\partial x}$.

7. Black box kommandoer

Opgave 80 En vektorfunktion er givet ved
Stx A D2

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ t^3 \cdot e^{t+3} \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Bestem et udtryk for hastighedsvektoren for $\vec{r}(t)$.

Opgave 81 Tabellen viser en række sammenhørende værdier for x og y .
Stx/hf B D2

x	2	4	6	8
y	3	6	5	4

I en model er sammenhængen mellem x og y givet

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c.$$

Benyt polynomiell regression til at bestemme tallene a , b og c .

Opgave 82 For en trekant ABC er følgende givet $a = 5$, $b = 8$ og $c = 11$.
hf C D2

Bestem $\angle C$.

Opgave 83 For en trekant ABC oplyses, at $a = 5$, $b = 8$ og $\angle C = 20^\circ$.
hf C D2

Bestem c .

Opgave 84 Tabellen viser en række sammenhørende værdier for x og y .
Stx/hf C D2

x	2	4	6	8
y	3	5	8	7

I en model er sammenhængen mellem x og y givet

$$y = a \cdot x + b.$$

Benyt lineær regression til at bestemme tallene a og b .

7. Black box kommandoer

Opgave 85

Stx/hf C D2

Tabellen viser en række sammenhørende værdier for x og y .

x	2	4	6	8
y	3	7	15	28

I en model er sammenhængen mellem x og y givet

$$y = b \cdot a^x.$$

Benyt eksponentiel regression til at bestemme tallene a og b .

Opgave 86

Stx/hf C D2

Tabellen viser en række sammenhørende værdier for x og y .

x	2	4	6	8
y	20	10	4	2

I en model er sammenhængen mellem x og y givet

$$y = b \cdot x^a.$$

Benyt potensregression til at bestemme tallene a og b .

Opgave 87

Stx/hf C D2

Benyt et værktøjsprogram til at løse ligningen

$$0,1x + 19 = 20 - 3,5x.$$

Opgave 88

Stx/hf C D2

Benyt et værktøjsprogram til at løse ligningen

$$1000 \cdot 1,05^x = 10000.$$

Opgave 89

Stx/hf C D2

Benyt et værktøjsprogram til at løse ligningen

$$x^3 = 500.$$

Opgave 90

Stx/hf C D2

Et datasæt er givet ved

$$2, 3, 3, 4, 4, 4, 7, 7, 7, 7, 9, 9, 9, 9, 15.$$

Tegn et boksplot for datasættet.

7. Black box kommandoer

Opgave 91 Stx/hf C D2

Et datasæt er givet ved

2, 3, 3, 4, 4, 4, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 15.

Bestem det udvidede kvartilsæt for datasættet.

Undervisningsvejledningen Bilag 2: Eksempler på opgaver i mindstekravskategorierne

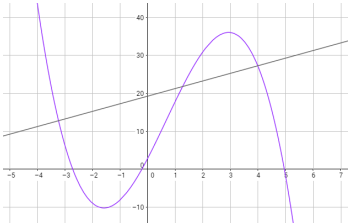
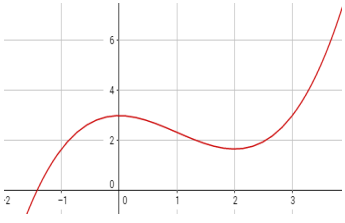
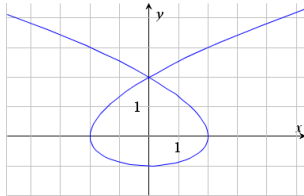
For hver opgave er det markaret om opgaven hører til i delprøve 1 (D1) eller delprøve 2 (D2).

Begreber og symboler	Stx/hf C	Stx/hf B	Stx A
<i>Kende begrebsbetegnelser (ord og symboler) og betydning af begreber</i>	Bestem tværvektoren til vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$ Stx – D1	Bestem <i>fremskrivningsfaktoren</i> for f , når grafen for f går gennem punkterne (2,3) og (4,27). D1	Funktionen $\vec{r}(t)$ har lodret tangent i punktet (1,2). Hvilken betydning har det for hastighedsvektoren i punktet? D1
<i>Indføre variable og angive symbolske betegnelser</i>	Indfør passende variable og opstil en model for udviklingen i (en simpel kontekst – eksponentielt voksende med fx 30% pr år). D1	En ærlig 8-sidet terning viser tallene 1 til 8. Opstil et udtryk til bestemmelse af sandsynligheden for at få 4 ottere ud af 10 kast med terningen. D1	Væksthastigheden for udviklingen i antallet af fluer i et bestemt område er 3 gange så stor som antallet af fluer i området. Indfør passende variable og opstil en differentialligning, der beskriver udviklingen i antallet af fluer. D1

Undervisningsvejledningen Bilag 2: Eksempler på opgaver i mindstekravskategorierne

Formler og funktioner	Stx/hf C	Stx/hf B	Stx A
<i>Omskrive og reducere formler og udtryk med papir/blyant og med CAS</i>	Reducer udtrykket $a \cdot (a - b) + 2ab$. D1	Reducer udtrykket $(a - b)^2 - b^2$. D1	Reducer udtrykket $\frac{a^2 + a}{a}$. D1
<i>Indsætte konkrete værdier i formler (forskrifter) og tilskrive resultatet betydning</i>	Funktionen $f(x) = 25 \cdot 1,3^x$ beskriver udviklingen i (en simpel kontekst). Bestem $f(5)$, og fortolk resultatet. D2	Bestem en ligning for tangenten til f i punktet $P(2,4)$, når det oplyses at $f'(2) = 3$. D1	En funktion f af to variable er givet ved $f(x, y) = x^2 - y^2$. Bestem gradienten i punktet $P(1,1)$, og forklar betydningen heraf. D1
<i>Aflæse indgående størrelser og tilskrive størrelserne betydning (matematisk og i kontekst)</i>	Funktionen $f(x) = 25 \cdot 1,32^x$ beskriver udviklingen i (en simpel kontekst). Giv en fortolkning af konstanterne 25 og 1,3. D1	Givet ligningen for en cirkel $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$. Forklar hvad de tre konstanter fortæller om cirklen. Stx – D1	Giv en geometrisk fortolkning af konstanterne i udtrykket $\int_2^4 f(x) dx = 7$. D1
<i>Opstille formler og udtryk ud fra givne oplysninger eller en sproglig beskrivelse</i>	Peter indsætter 5000 kr. på en konto, der giver en rente på 2% pr år. Pengene bliver stående i n terminer, hvorefter Peter kan hæve K kr. Opstil et udtryk, der beskriver sammenhængen mellem K og n . D1	Fra et spil kort trækkes et kort, og det noteres om det er en ruder. Forsøget gentages 7 gange. Sandsynligheden for at trække en ruder er 0,25. Angiv sandsynlighedsparameteren og antalsparameteren, og opskriv en formel til beregning af sandsynligheden for, at der blandt de 7 kort er netop 4 rudere. D1	En havvindmølles energiproduktion er ligefrem proportional med vindens hastighed opløftet i tredje potens. Indfør passende variable, og opstil en model for en havvindmølles energiproduktion som funktion af vindens hastighed. D1

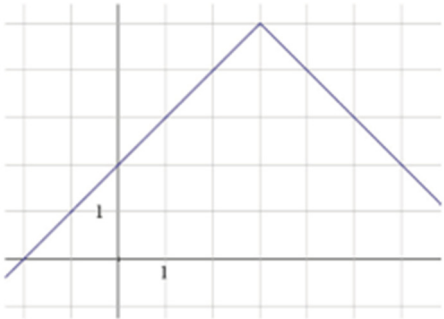
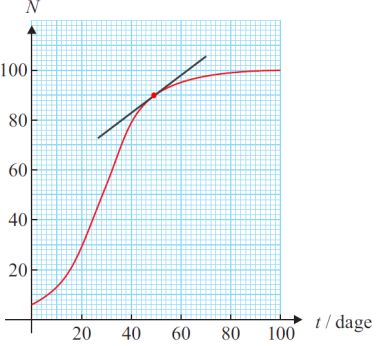
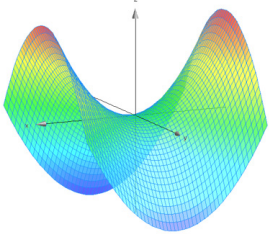
Undervisningsvejledningen Bilag 2: Eksempler på opgaver i mindstekravskategorierne

Ligningsløsning	Stx/hf C	Stx/hf B	Stx A
Afgøre om et oplyst resultat er en løsning til en ligning med papir/blyant og med CAS	Undersøg om punktet (2,4) ligger på linjen med forskriften $f(x) = x + 3$. D1	Undersøg, om 2 er løsning til ligningen $x^3 - 5x + 3x + 6 = 0$. D1	Vis, at $f(x) = e^{2x} + 3$ er løsning til differentialligningen $\frac{dy}{dx} = 2y - 6$. D1
Algebraisk løsning af ligninger med papir/blyant og med CAS	Løs ligningen $2(x+1) = 7 + x$. D1	Løs ligningen $-x^2 + 4x - 3 = 0$. D1	Løs ligningen $(x^2 - 4) \cdot \ln(x) = 0, x > 0$ D1
Grafisk løsning af ligninger med papir/blyant og med matematisk værktøjsprogram	 <p>To funktioner f og g er givet ved $f(x) = x + 2$ og $g(x) = -2x + 5$</p> <p>Tegn graferne for de to funktioner, og bestem koordinatsættet til skæringspunkterne mellem de to grafer. D2</p>	 <p>På figuren ses grafen for en funktion f. Løs ligningen $f'(x) = 0$. D1</p>	 <p>På figuren ses banekurven for vektorfunktionen $\vec{r}(t)$. Bestem koordinatsættene til de punkter, hvori grafen har vandret eller lodret tangent samt til dobbeltpunktet. D1</p>

Undervisningsvejledningen Bilag 2: Eksempler på opgaver i mindstekravskategorierne

Operationer på funktioner	Stx/hf C	Stx/hf B	Stx A
<i>Differentiere funktioner med papir/blyant og med CAS</i>		Givet funktionen $f(x) = x^3 + \frac{1}{x}, x > 0$. Bestem den afledede funktion $f'(x)$. D1	Givet funktionen $f(x) = e^x \cdot \frac{1}{x}$. Bestem den afledede funktion $f'(x)$. D1
<i>Integrere funktioner / bestemme stamfunktioner med papir/blyant og med CAS</i>			Givet funktionen $f(x) = x^3 + e^{2x}$. Bestem stamfunktionen $F(x)$. (én stamfunktion?) D1
<i>Sammensætte funktioner med papir/blyant og med CAS</i>		Givet funktionerne $f(x) = 2x + 2$ og $g(x) = x^2$. Opstil et funktionsudtryk for den sammensatte funktioner $f \circ g$, og beskriv funktionstypen. D2	Funktionerne f og g er givet ved $f(x) = e^x$ og $g(x) = 2x - 1$. Opstil et funktionsudtryk for de sammensatte funktioner $f \circ g$ og $g \circ f$. D1

Undervisningsvejledningen Bilag 2: Eksempler på opgaver i mindstekravskategorierne

Grafer og figurer	Stx/hf C	Stx/hf B	Stx A
<p>Tegne grafer og grafiske repræsentationer samt geometriske figurer med papir/blyant og med matematisk værktøjsprogram, herunder hensigtsmæssig valg af 'grafvindue'</p>	<p>To vektorer er givet ved $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$.</p> <p>Tegn vektorerne i samme koordinatsystem.</p> <p style="text-align: right;">Stx – D1</p>	<p>En funktion f er givet ved</p> $f(x) = \begin{cases} -x + 7 & x \leq 2 \\ x^2 + 1 & x > 2 \end{cases}$ <p>Tegn grafen for f i et passende koordinatsystem.</p> <p style="text-align: right;">D2</p>	<p>Givet $f(x, y) = x^2 - x \cdot y$.</p> <p>Tegn grafen for f.</p> <p style="text-align: right;">D2</p>
	<p>Om en trekant ABC oplyses, at sidelængderne er $a=5$, $b=6$ og $c=8$.</p> <p>Konstruer en geometrisk model af trekant ABC, og giv en kort beskrivelse af konstruktionsmetoden.</p> <p style="text-align: right;">Hf – D2</p>		
<p>Aflæse på forelagte grafer og grafiske repræsentationer samt geometriske figurer og på selvfrembragte (med papir/blyant og med matematisk værktøjsprogram) grafer (og geometriske figurer) – og tilskrive resultater betydning (matematisk og i kontekst)</p>	 <p>På figuren ses grafen for en stykkevist defineret funktion. Bestem x når $y = 2$.</p> <p style="text-align: right;">D1</p>	 <p>Bestem væksthastigheden for antallet af individer i populationen til tidspunktet $t = 50$.</p> <p style="text-align: right;">D1</p>	 <p>På figuren ses grafen for en funktion af to variable.</p> <p>Hvilken type stationært punkt har funktionen i punktet $O(0,0,0)$?</p> <p>Hvilken information om grafen for f kan uddrages af, at $f(11,7) = 5$?</p> <p style="text-align: right;">D1</p>

Undervisningsvejledningen Bilag 2: Eksempler på opgaver i mindstekravskategorierne

Tabeller	Stx/hf C	Stx/hf B	Stx A																								
<p><i>Aflæse data fra tabel, herunder funktionstabel (herunder sandsynlighedsfordeling)</i></p>	<p>Udfyld resten af tabellen, når det oplyses af f er en eksponentialfunktion.</p> <table border="1" data-bbox="483 379 801 520"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>2</td> <td></td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>8</td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">D1</p>	x	1	2		4	$f(x)$	2	4	8		<p>Tabellen nedenfor viser udvalgte funktionsværdier er en eksponentiel vækst. Bestem fordoblingskonstanten.</p> <table border="1" data-bbox="1021 427 1279 568"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>16</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">D1</p>	x	1	3	5	$f(x)$	4	8	16	<p>Bestem arealet af området M, når det oplyses, at (inkl. tegning af graf for f med området M og grænser markeret):</p> <table border="1" data-bbox="1559 411 1686 616"> <tr> <td>x</td> <td>$F(x)$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>5</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">D1</p>	x	$F(x)$	2	7	4	5
x	1	2		4																							
$f(x)$	2	4	8																								
x	1	3	5																								
$f(x)$	4	8	16																								
x	$F(x)$																										
2	7																										
4	5																										
<p><i>Opskrive (importere) data i tabel, herunder frembringelse af funktionstabel med papir/blyant og med CAS</i></p>	<p>I tabellen er angivet de svar 100 personer gav, da de blev spurgt om deres skonummer. Bestem frekvensen for hvert skonummer.</p> <p style="text-align: right;">D2</p>	<p>Opstil en sandsynlighedstabel for kast med to fire-sidede terninger.</p> <p style="text-align: right;">D1</p>	<p>I tabellen er angivet de svar 1000 personer gav, da de blev spurgt om deres højde. (Datafil vedlagt)</p> <p>Undersøg, om datasættet med rimelighed kan siges at være normalfordelt.</p> <p style="text-align: right;">D2</p>																								

Undervisningsvejledningen Bilag 2: Eksempler på opgaver i mindstekravskategorierne

'Black box'-kommandoer i matematisk værktøjsprogram	Stx/hf C	Stx/hf B	Stx A
<i>Anvende indbyggede 'en-knap-kommandoer'</i>	<p>På en restaurant kan man vælge mellem 3 forretter, 4 hovedretter og 3 desserter.</p> <p>Bestem antallet af måder hvorpå man kan sammensætte en menu med tre retter på restauranten.</p> <p style="text-align: right;">D1</p>	<p>En funktion f er givet ved $f(x) = x^2 - x - 3$.</p> <p>Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(2, f(2))$.</p> <p style="text-align: right;">D2</p>	<p>En funktion f er givet ved $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x$.</p> <p>Det oplyses, at for f skærer førsteaksen i $x=0$ og $x=4$.</p> <p>Tegn grafen for f, og bestem arealet af det område, som grafen for f afgrænser sammen med førsteaksen i første kvadrant.</p> <p style="text-align: right;">D2</p>
<i>Indbyggede statistiske undersøgelser af data ('black box')</i>	Én-variabel-statistik og regression		