Niveau	C
Emne	Modellering og funktionsundersøgelse
Titel	Opsendelse af rumfærgen *Discovery*

Del 1:

Den 4. juli 2006, blev rumfærgen *Discovery* sendt op fra *Kennedy Space Center*, for at mødes med den internationale rumstation *ISS*. Før en sådan mission, beregnes store mængder data, der forudsiger opførslen under opstigningen, og som skal medvirke til, at rumfærgen kommer sikkert til vejrs. Under beregningen af disse data, tages der hensyn til en række faktorer såsom rumfærgens masse, brændstofmængde, massen af lasten der skal bringes frem, samt den masse, der skal returneres tilbage til jorden. Der skal også tages hensyn til atmosfærens tæthed, som ændrer sig løbende henover året. Efter beregningerne bliver informationen sat ind i tabeller, der viser præcis hvad der bør ske, hvert eneste sekund af opstigningen.

Discovery ved opsendelsen i juli 2006

Data for missionen STS-121, der viser massen og højden for hver 10 sekunder af opstigningen, fra affyringsøjeblikket til adskillelsen fra hjælperaketterne med fast brændstof kaldet Solid Rocket Boosters, eller SRB er vist i *Tabel 1* herunder.

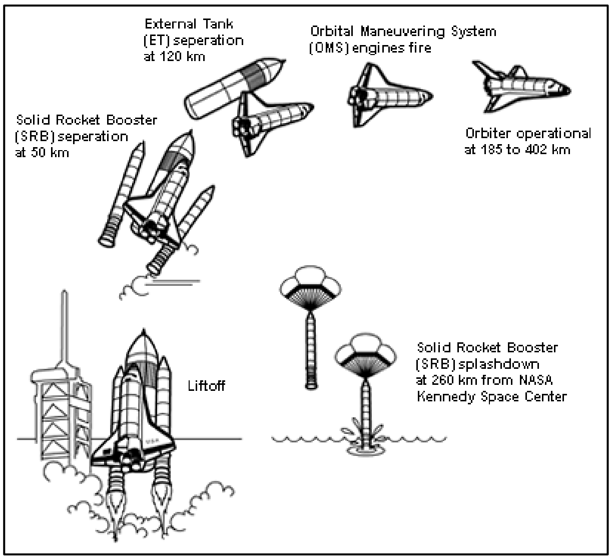
Tid (s)	Rumfærgens masse (kg)	Højde (m)
0	2051113	2
10	1935155	251
20	1799290	1254
30	1681120	2882
40	1567611	5387
50	1475282	8140
60	1376301	11627
70	1277921	15390
80	1177704	19882
90	1075683	25618
100	991872	31422
110	913254	38319
120	880377	44736

Tabel 1

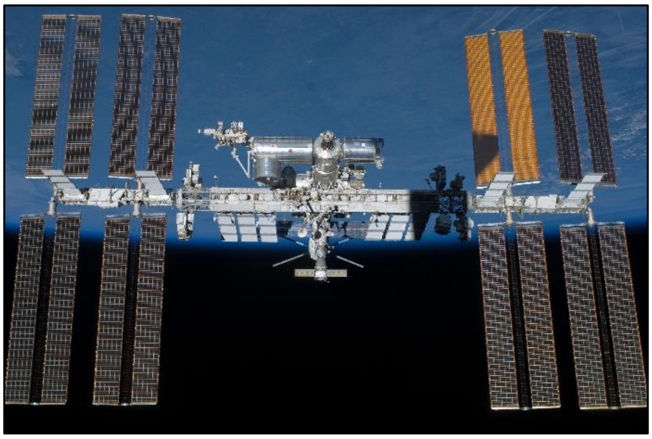
1a) Indtast informationen fra missionen STS-121 i dit værktøjsprogram. Lav et dataplot med tid på x-aksen og rumfærgens masse på y-aksen. Forklar hvordan datapunkterne ligger i forhold til, hvad der sker under opsendelsen.

1b) Lav en lineær regression for rumfærgens masse som funktion af tiden. Vis grafen sammen med datapunkterne, og vurder modellen ud fra forklaringsgraden og residualerne.

1c) Forklar hvad hældningskoefficienten, du har fundet i spørgsmål 1b betyder for rumfærgens færd. Hvad er skæringen med y-aksen? Forklar hvad denne repræsenterer i forhold til rumfærgen. Hvor stor er afvigelsen fra de data, der kan aflæses i *Tabel 1*?



Faserne i en rumfærgeopsendelse



Den internationale rumstation, ISS

Del 2:

2a) Lav et dataplot af flyvehøjden som funktion af tiden. Undersøg vha. regression om en lineær model passer godt på datasættet.

2b) Prøv dig frem med andre regressionstyper og find den model, der bedst beskriver flyvehøjden som funktion af tiden. Opskriv en funktionsforskrift for flyvehøjden som funktion af tiden. Hvad fortæller koefficienterne noget om?

I en bestemt matematisk model er flyvehøjden som funktion af tiden givet ved andengradspolynomiet:

$$h(t) = 3{,}047 \cdot t^2 + 10{,}115 \cdot t - 79{,}363 \quad ,t \geq 0$$

2c) Tegn grafen for h(t) i et passende grafvindue. Hvad fortæller koefficienterne om udviklingen i rumfærgens flyvehøjde?

Del 3:

3a) Benyt andengradspolynomiet *h(t)* ovenfor til at bestemme væksthastigheden for højden som funktion af tiden efter 0, 60 og 120 sekunder. Hvad beskriver de tre væksthastigheder?

3b) Benyt forskriften *m(t)* fra spørgsmål 1c og *h(t)* fra spørgsmål 2c til at konstruere en matematisk funktion, der beskriver rumfærgens højde som funktion af massen i løbet af de første 120 sekunder af opsendelsen.

Kommentar til læreren:
Denne problemstilling er en bearbejdet og udvidet oversættelse af dokumentet: 'Exploring Space Through ALGEBRA', der er en del af noget undervisningsmateriale udarbejdet af NASA. På internettet kan man finde såvel en elevvejledning samt en lærervejledning til opgaven. I opgaven kommer eleverne til at lave dataplot og finde forskellige funktionsudtryk vha. regression samt fortolke betydningen af koefficienterne i funktionsforskrifterne. I spørgsmål 2b vil både den lineære og eksponentielle model være dårlig. En potensmodel fungerer fint, men her skal eleverne huske at overveje, at datapunktet for x=0 ikke kan benyttes. Spørgsmål 3b) vil være vanskeligt for de fleste elever. Her kræves, at man omskriver den lineære funktion *m(t)* til *t(m)* og indsætter sidstnævnte i *h(t)*. Eventuelt kan dette spørgsmål blødes op ved at give eleverne forskriften for *t(m)*.