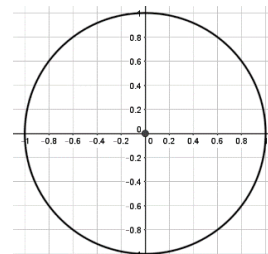


Niveau	C
Emne	Trigonometri
Titel	Areal af enhedscirklen

Bestemmelse af arealet af en cirkel var for flere tusind år siden umuligt at gøre præcist. I dag har vi fået flere matematiske redskaber til rådighed, så vi kan komme nærmere på løsningen.

I denne opgave fokuseres på at bestemme arealet af enhedscirklen, som er cirklen med centrum i (0,0) og radius 1.



Del 1: Enhedscirklen

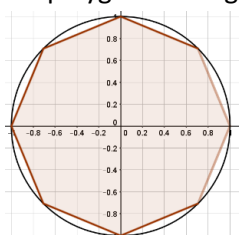
1a) Tegn enhedscirklen.

1b) Benyt en kendt arealformel til at bestemme arealet af enhedscirklen.

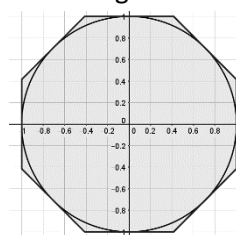
1c) Indtegn en fornuftig 8-sidet polygon (mangekant) i cirklen og benyt denne til at bestemme en god tilnærmet værdi for cirkelens areal.

De gamle græker bestemte det tilnærmede areal til cirklen ved at indskrive og omskrive cirklen med regulære polygoner (alle sider i polygonen er lige lange) som illustreret nedenfor med to regulære 8-kanter.

Indskreven polygon:



Omskreven polygon:



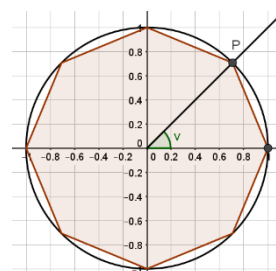
Del 2: Den indskrevne regulære 8-kantede polygon

2a) Bestem den vinkel v der er angivet på figuren til højre.

2b) Tegn ud fra (0,0) linjen, der danner vinklen v med x-aksen (se figur) og benyt dette til at konstruere den indskrevne regulære 8-kant til enhedscirklen.

2c) Bestem arealet af den trekant i 1. kvadrant, der ligger under linjen og benyt dette areal til at bestemme arealet af den indskrevne 8-kant.

2d) Hvor præcist er det beregnede areal? Hvordan bestemmes en bedre tilnærmelse til arealet?



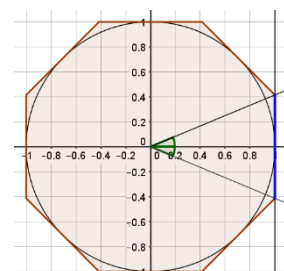
Del 3: Den omskrevne regulære 8-kantede polygon

Sidelængden (det blå linjestykke) i den omskrevne polygon kan bestemmes som den del af den lodrette linje gennem (1,0), der er afgrænset af skæringen med de to tegnede halvlinjer

3a) Konstruer de to linjer ud fra deres vinkel i forhold til x-aksen.

3b) Konstruer den omskrevne regulære 8-kant.

3c) Bestem arealet af den omskrevne regulære 8-kant. Hvor præcist er det beregnede areal?



Del 4: Regulære 16-kant

4a) Undersøg hvor præcist arealet af cirklen bliver, hvis der anvendes regulære 16-kanter i stedet for 8-kanter.

Kommentar til læreren:

Opgaven er designet til brug i Geogebra. Hvis man bruger et andet program, skal der måske ændres lidt i nogle af spørgsmålene. Geogebra kan bestemme regulære polygoner, når en af sidelængderne er kendt. Men man kan selvfølgelig også lade eleverne konstruere polygonerne selv.

Problemstillingen kan benytte både konstruktion og sædvanlige trigonometriske formler. Det vil sikkert være mest oplagt for eleverne at få værktøjsprogrammet til at bestemme arealerne.

Hvis tiden tillader det, vil det være naturligt at lade de gode elever fortsætte med 32-kant, 64-kant, ...